МФТИ, ФИВТ, специальность ПМФ. Математическая логика.

Д.В. Мусатов, А.Е. Ромащенко.

Напоминание основных тем из первого семестра курса семестра (на экзамене нужно знать определения и формулировки теорем из этого списка).

- 1. Элементарная теория множеств. Понятия множества и подмножества, простейшие операции над множествами. Упорядоченные пары и кортежи, декартово произведение. Отображения и соответствия. Понятия образа и прообраза. Инъекции, сюръекции и биекции. Композиция и обратное отображение. Сравнение мощностей и понятие равномощности. Теорема Кантора—Бернштейна. Счётные и несчётные множества, их свойства. Теорема Кантора. Отношения на множествах. Свойства бинарных отношений. Отношения эквивалентности, теорема о классах эквивалентности. Отношения частичного и линейного порядка. Минимальные/максимальные и наименьшие/наибольшие элементы. Свойства упорядоченных множеств. Операции над упорядоченными множествами. Изоморфизмы упорядоченных множеств
- 2. **Логика высказываний.** Булевы переменные и функции. Построение пропозициональных формул. Вычисление значения формулы на наборе значений переменных. Таблицы истинности. Тавтологии и противоречия. Приведение формул к КНФ и ДНФ. Многочлены Жегалкина.
- 3. **Исчисление высказываний.** Аксиомы и правила вывода исчисления высказываний. Корректность исчисления высказываний. Полнота исчисления высказываний. Непротиворечивые и совместные семейства формул. Теорема о компактности для пропозициональных формул.
- 4. Языки первого порядка. Понятие сигнатуры. Построение формул первого порядка: термы, атомарные формулы, логические связки и кванторы. Параметры формулы. Понятие замкнутой формулы. Интерпретация сигнатуры. Истинность формулы в данной интерпретации на данной оценке. Выполнимость и общезначимость формул первого порядка. Замена связанной переменной. Предварённая нормальная форма. Выражение предикатов в данной интерпретации формулами первого порядка. Изоморфизмы и автоморфизмы интерпретаций. Примеры невыразимых предикатов.
- 5. **Исчисление предикатов и теория моделей.** Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. Правило обобщения. Корректность исчисления предикатов. Непротиворечивые и совместные теории. Теории и модели.