

КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

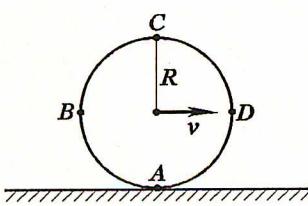
1. Небольшое тело движется по кривой, показанной на рисунке, в направлении, показанном стрелкой. Укажите направление вектора полного ускорения тела в точках А и В для двух случаев:

- а) скорость тела возрастает по модулю
- б) скорость тела убывает по модулю.



2. Материальная точка движется по окружности радиуса r со скоростью, которая линейно увеличивается во времени по закону $v = kt$. Найдите модуль полного ускорения точки в момент времени t .

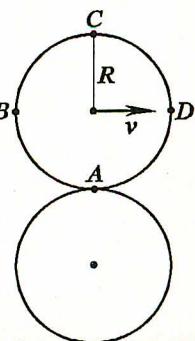
Ответ. $a = k \sqrt{1 + \frac{k^2 t^4}{r^2}}$



3. Диск радиуса R катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности с постоянной скоростью v . Найдите скорости и ускорения точек диска А, В, С и D.

$$v_A = 0; v_B = v\sqrt{2}; v_C = 2v; v_D = v\sqrt{2}$$

Ответ. $a_A = a_B = a_C = a_D = \frac{v^2}{R}$



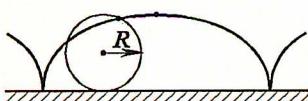
4. Диск радиуса R катится без проскальзывания по неподвижному диску такого же радиуса. Скорость центра диска постоянна по модулю и равна v . Найдите скорости и ускорения точек диска А, В, С и D.

$$v_A = 0; v_B = v\sqrt{2}; v_C = 2v; v_D = v\sqrt{2}$$

Ответ. $a_A = \frac{v^2}{2R}; a_B = \frac{\sqrt{5} v^2}{2R}; a_C = \frac{3 v^2}{2R}; a_D = \frac{\sqrt{5} v^2}{2R}$

5. Снаряд вылетает из орудия с начальной скоростью v_0 под углом 30° к горизонту. Найдите радиус кривизны траектории снаряда в начальной и высшей точках.

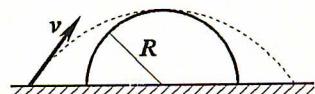
Ответ. $R_h = \frac{2v_0^2}{\sqrt{3}g}; R_b = \frac{3v_0^2}{4g}$



6. Циклоидой (обыкновенной циклоидой) называется кривая, которую описывает точка обода колеса, катящегося по прямой без проскальзывания. Найдите радиус кривизны циклоиды в ее верхней точке. Циклоида образована колесом радиуса R .

Ответ. $R_c = 4R$

7. Купол имеет форму полусфера радиуса R , опирающейся на землю. При какой наименьшей скорости брошенный с земли камень может перелететь через купол, лишь коснувшись его вершины?



Ответ. $v_{min} = \sqrt{5gR}$

8. Для экономии места въезд на один из высочайших в Японии мостов устроен в виде винтовой линии, обвивающей цилиндр радиуса R . Шаг винтовой линии (расстояние по вертикали между соседними витками) равен h . Найдите ускорение автомобиля, движущегося по ней с постоянной по модулю скоростью v .

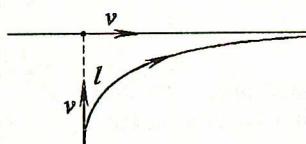
Ответ. $a = \frac{v^2 \cos^2 \alpha}{R}$

9* Кориолисово ускорение. Таракан бежит по вращающейся грампластинке с постоянной (относительно пластиинки) скоростью v , направленной по радиусу от центра. Пластиинка вращается с постоянной угловой скоростью ω . Найдите величину полного ускорения таракана относительно Земли в тот момент, когда расстояние от него до центра грампластинки равно r .

Ответ. $a = \omega \sqrt{4v^2 + \omega^2 r^2}$

10* В условиях предыдущей задачи найдите радиус кривизны траектории таракана относительно Земли в тот момент, когда расстояние от него до центра грампластинки равно r .

Ответ. $R = \frac{(v^2 + \omega^2 r^2)^{3/2}}{\omega(2v^2 + \omega^2 r^2)}$



11* Заяц бежит по прямой с постоянной скоростью v . Волк, находящийся в засаде на расстоянии l от этой прямой, бросается за зайцем в тот момент, когда расстояние между ними минимально. Он держит курс все время прямо на зайца, а величина его скорости также равна v . Найдите расстояние между волком и зайцем по прошествии большого промежутка времени, когда они будут бежать практически по одной прямой.

Ответ. $x = l/2$