

Скорость как вектор

1. Какова скорость капель отвесно падающего дождя, если шофер легкового автомобиля заметил, что капли дождя не оставляют следа на заднем стекле, наклоненном вперед под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, когда скорость автомобиля больше 30 км/ч ?

2. Самолет летит из пункта А в пункт В и, долетев, сразу же возвращается назад в пункт А. Во время перелета дует постоянный ветер. В каком случае самолет проделает весь путь быстрее и во сколько раз — когда ветер дует вдоль линии АВ или когда он дует перпендикулярно линии АВ? Скорость самолета относительно воздуха равна v . Скорость ветра равна u .

3. В точках А и В находятся два корабля, движущиеся с заданными постоянными скоростями v_1 и v_2 в направлениях, показанных на рисунке. Определите графически, каким будет наименьшее расстояние между кораблями в процессе их движения.

4. Из взрывчатого вещества изготовлен прямой стержень. Скорость детонации (скорость вовлечения во взрыв новых участков взрывчатого вещества) равна v , а скорость разлета продуктов взрыва $u < v$. Как будет выглядеть область, занятая продуктами взрыва, через некоторое время после подрыва стержня с одного из концов? Сделайте рисунок.

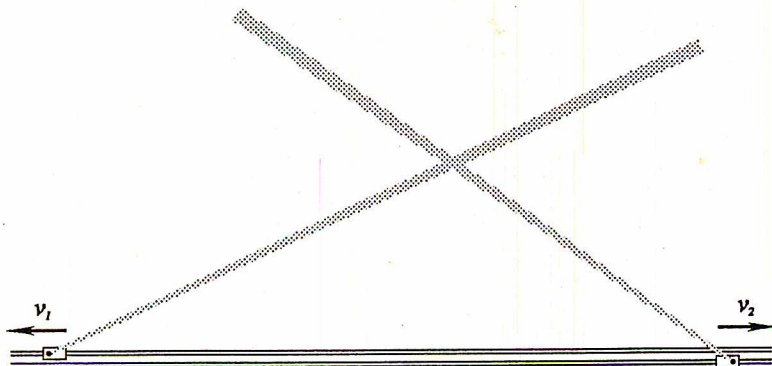
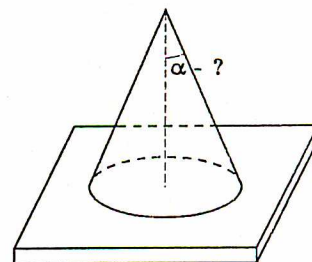
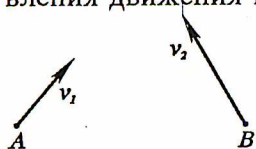
5. Из взрывчатого вещества изготовлена тонкостенная коническая оболочка. Каким должен быть угол между осью конуса и образующей, чтобы при подрыве оболочки с вершины продукты взрыва одновременно ударили по плите? Скорость детонации равна v , скорость разлета продуктов взрыва $u < v$.

6. Самолет летит со скоростью v , скорость звука в воздухе равна u , причем $v > u$ (самолет сверхзвуковой). Постройте область пространства, внутри которой в данный момент слышен звук самолета.

7. Ширина реки равна l . Скорость течения по всей ширине реки одинакова и равна u . На какое минимальное расстояние снесет лодку вниз по течению при переправе на другой берег, если величина ее скорости относительно воды $v < u$?

8. По прямому шоссе идет автобус с постоянной скоростью v . Вы заметили его, когда он находился в некоторой точке А. Из какой области около шоссе вы можете догнать этот автобус, если скорость вашего бега $u < v$?

9*. Рисунок сделан с фотографии шлейфов дыма от двух паровозов, движущихся по прямолинейному участку дороги со скоростями $v_1 = 40$ км/ч и $v_2 = 50$ км/ч (вид сверху). Направления движения паровозов указаны стрелками. Найдите скорость ветра.



Баллистика

1. Орудие выпускает снаряд с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. Найдите дальность полета снаряда (т. е. расстояние от орудия до точки падения снаряда на землю).

2. Орудие выпускает снаряд с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. Найдите максимальную высоту подъема снаряда над землей.

3. Орудие выпускает снаряд с начальной скоростью v_0 под различными углами к горизонту. Найдите максимальную дальность полета снаряда. Под каким углом к горизонту надо произвести выстрел, чтобы дальность полета была максимальной?

4. Орудие выпускает снаряд с начальной скоростью v_0 . Под каким углом к горизонту надо произвести выстрел, чтобы снаряд попал в цель, находящуюся на поверхности земли на расстоянии L от орудия? Решить двумя способами.

5. Камень бросают с поверхности земли. На расстоянии s от точки бросания (по горизонтали) находится вертикальная стена высоты h . При какой минимальной начальной скорости камня его можно перебросить через стену? Бросать можно под любым углом к горизонту.

6. При какой минимальной начальной скорости камень можно перебросить через стену в предыдущей задаче, если бросать можно из любой точки на поверхности земли?

7. Зенитное орудие может сообщить снаряду начальную скорость v_0 в любом направлении. Найдите зону поражения, т. е. границу, отделяющую цели, до которых снаряд из данного орудия может долететь, от недостижимых целей.

8. Ракета стартует вертикально вверх с ускорением a и нулевой начальной скоростью. Одновременно со стартом ракеты производится выстрел из пушки, находящейся на поверхности земли на расстоянии L от места старта. Какую начальную скорость должен иметь снаряд для того, чтобы поразить ракету, если пушка стреляет под углом 45° к горизонту?

9. Миномет расположен на склоне горы (угол, который составляет склон с горизонтом, равен α) и ведет стрельбу вверх по склону. На каком расстоянии от миномета будут падать мины, если их начальная скорость v_0 , а угол стрельбы по отношению к горизонту β ?

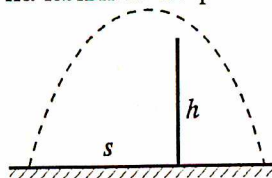
10. Две струи воды бьют под углами α и β к горизонту из одной и той же точки, находящейся на поверхности земли. На каком расстоянии по горизонтали от этой точки струи пересекутся? Начальная скорость воды в каждой струе равна v_0 .

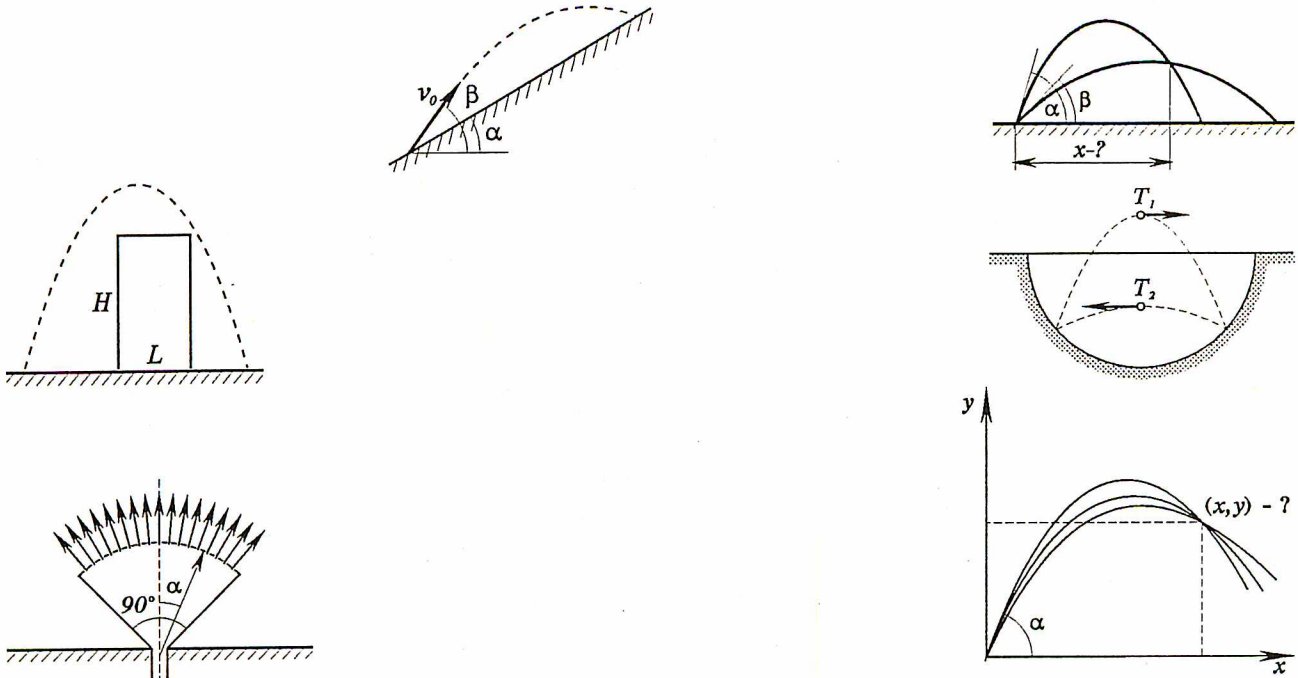
11*. Какую минимальную начальную скорость должен иметь камень, чтобы его можно было перебросить через дом высоты H и длины L ? Для броска можно выбирать любую точку на поверхности земли.

12*. В сферической лунке прыгает шарик, упруго ударяясь о ее стенки в двух точках, расположенных на одной горизонтали. Промежуток времени между ударами при движении шарика слева направо равен T_1 , а при движении справа налево — $T_2 \neq T_1$. Найдите радиус лунки.

13*. В дождевальных установках для полива полей используются сферические насадки с большим числом одинаковых отверстий, через которые вода вытекает со скоростью v . Как должно зависеть от угла α число отверстий, приходящихся на единицу площади, чтобы поле вокруг насадки поливалось равномерно? Насадка расположена на уровне земли, ее размер мал по сравнению с размером поливаемого круга. Угол раствора конуса насадки равен 90° .

14*. При выстреле из ружья вылетают дробинки, имеющие одинаковые по величине, но несколько различающиеся по углу с горизонтом начальные скорости. Покажите, что при малом разбросе направлений начальных скоростей все дробинки в полете пройдут почти через одну и ту же точку и найдите координаты этой точки. Ствол ружья образует с горизонтом угол α , начальная скорость дробинки v_0 .





Криволинейное движение

1. Небольшое тело движется по кривой, показанной на рисунке, в направлении, показанном стрелкой. Укажите направление вектора полного ускорения тела в точках А и В для двух случаев: а) скорость тела возрастает по модулю, б) скорость тела убывает по модулю.

2. Материальная точка движется по окружности радиуса r со скоростью, которая линейно увеличивается во времени по закону $v = kt$. Найдите модуль полного ускорения точки в момент времени t .

3. Диск радиуса R катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности с постоянной скоростью v . Найдите скорости и ускорения точек диска A , B , и D .

4. Диск радиуса R катится без проскальзывания по неподвижному диску такого же радиуса. Скорость центра диска постоянна по модулю и равна v . Найдите скорости и ускорения точек диска A , B , и D .

5. Снаряд вылетает из орудия с начальной скоростью v_0 под углом 30° к горизонту. Найдите радиус кривизны траектории снаряда в начальной и высшей точках.

6. Циклоидой (обыкновенной циклоидой) называется кривая, которую описывает точка обода колеса, катящегося по прямой без проскальзывания. Найдите радиус кривизны циклоиды в ее верхней точке. Циклоида образована колесом радиуса R .

7. Купол имеет форму полусферы радиуса R , опирающейся на землю. При какой наименьшей скорости брошенный с земли камень может перелететь через купол, лишь коснувшись его вершины?

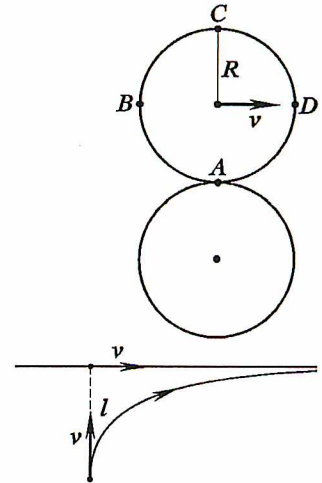
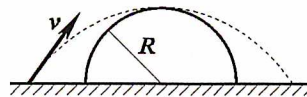
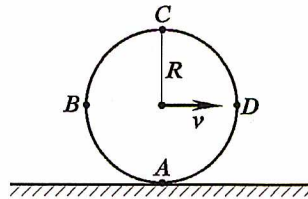
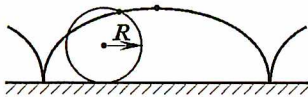
8. Для экономии места въезд на один из высочайших в Японии мостов устроен в виде винтовой линии, обвивающей цилиндр радиуса R . Шаг винтовой линии (расстояние по вертикали между соседними витками) равен h . Найдите ускорение автомобиля, движущегося по ней с постоянной по модулю скоростью v .

9*. Кориолисово ускорение. Таракан бежит по вращающейся грампластинке с постоянной (относительно пластинки) скоростью v , направленной по радиусу от центра. Пластинка вращается с постоянной угловой скоростью ω . Найдите величину полного ускорения таракана относительно Земли в тот момент, когда расстояние от него до центра грампластинки равно r .

10*. В условиях предыдущей задачи найдите радиус кривизны траектории таракана относительно Земли в тот момент, когда расстояние от него до центра грампластинки равно r .

11*. Заяц бежит по прямой с постоянной скоростью v . Волк, находящийся в засаде на расстоянии l от этой прямой, бросается за зайцем в тот момент, когда расстояние между ними минимально. Он летит всегда прямо на зайца, а величина его скорости также равна v .

Найдите расстояние между волком и зайцем по прошествии большого промежутка времени, когда они будут бежать практически по одной прямой.



Движение со связями

1. Тяжелую доску перемещают со скоростью v на катках радиуса r . Проскальзывание между катками и землей, а также между катками и доской отсутствует. Найдите скорость, с которой перемещаются оси катков, а также угловую скорость их вращения.

2. Две доски перемещают на катках так, как показано на рисунке. Скорости досок v_1 и v_2 . Проскальзывание отсутствует. Найдите скорость, с которой перемещаются оси катков, находящихся между досками.

3. Палочка AB движется в плоскости чертежа так, что в данный момент времени скорость ее конца A направлена под углом α к палочке, а скорость конца B — под углом β . Скорость конца A равна v . Найдите скорость конца B .

4. Группа муравьев тащит кусочек коры, имеющий форму равностороннего треугольника. Известно, что в некоторый момент скорость вершины B этого треугольника равна v и направлена вдоль AB , а скорость вершины C направлена вдоль CB . Найдите скорости вершин C и A .

5. Маленькая бусинка может скользить по прямой спице AB . К бусинке привязана нить, огибающая неподвижный гвоздь C . Конец нити выбирают со скоростью v . Найдите скорость, с которой движется бусинка в тот момент, когда нить составляет угол α со спицей.

6. Лестница длины l , прислоненная к вертикальной стене, сползает вниз так, что скорость ее нижнего (опирающегося на пол) конца постоянна и равна v . Найдите скорость и ускорение верхнего конца лестницы в тот момент, когда лестница составляет угол α с полом.

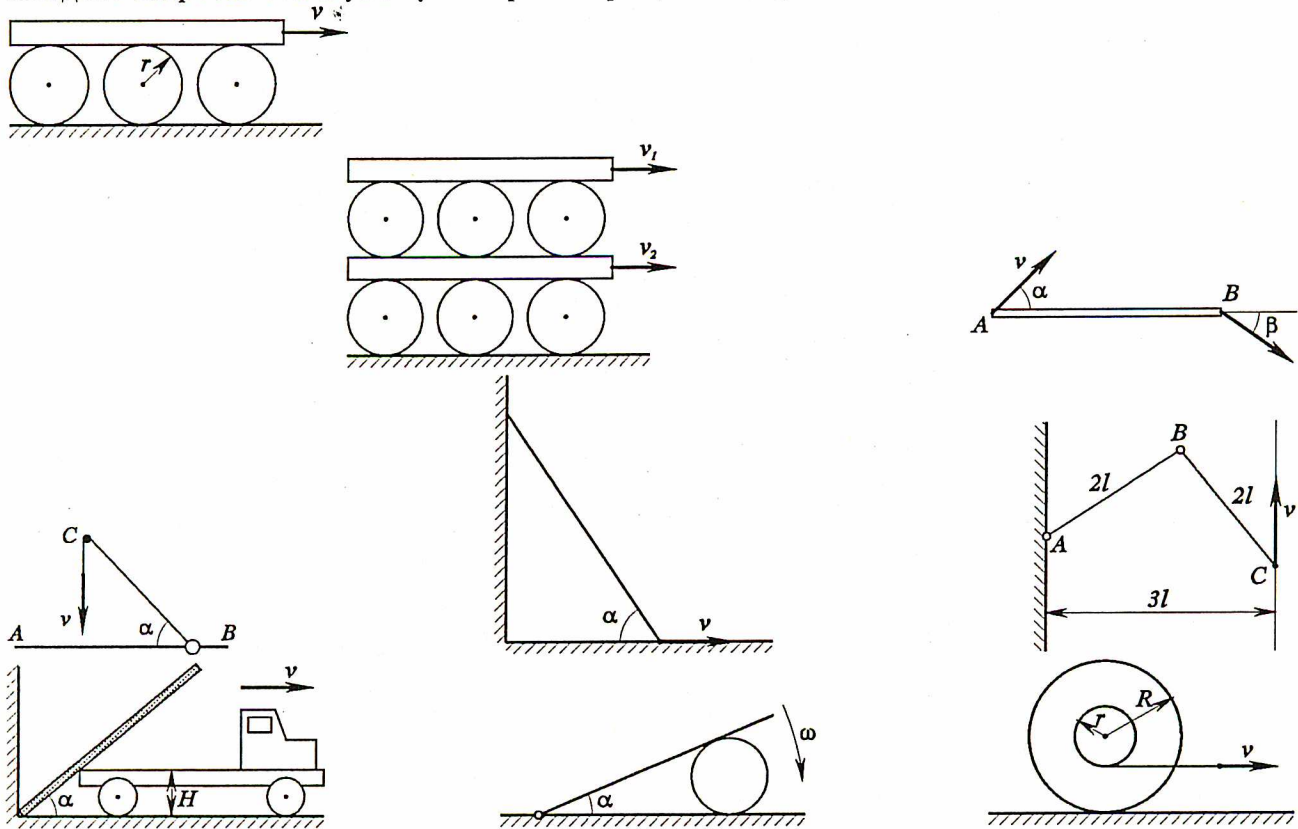
7. В шарнирной конструкции ABC из двух одинаковых звеньев длины $2l$ конец A закреплен шарнирно в стене, а конец C движется с постоянной скоростью v по прямой, расстояние от которой до стены равно $3l$. Найдите ускорение шарнира B в тот момент, когда а) левое звено горизонтально, б) скорость шарнира равна нулю.

8. Бревно, упираясь нижним своим концом в угол между стеной и землей, касается дна грузовика на высоте H над землей. Грузовик отъезжает от стены со скоростью v . Найдите угловую скорость бревна в тот момент, когда бревно составляет угол α с горизонталью.

9. Стержень, одним концом шарнирно закрепленный на горизонтальной плоскости, лежит на цилиндре и поворачивается с угловой скоростью ω . Проскальзывания между цилиндром и

плоскостью нет. Найдите угловую скорость цилиндра в тот момент, когда угол между стержнем и плоскостью равен α .

10. Нить, намотанную на ось катушки, тянут со скоростью v (относительно земли) в горизонтальном направлении. Катушка катится по горизонтальной плоскости без проскальзывания. Найдите скорость оси и угловую скорость вращения катушки.



Сила. Масса. Законы Ньютона

1. Одна образованная лошадь сказала себе: «Бесполезно тащить телегу. С каким бы усилием я ее ни тянула, она все равно будет тянуть меня назад с точно такой же силой (по III закону Ньютона!). Поэтому я никогда не смогу сдвинуть ее.» Объясните, где ошибка в рассуждениях лошади.

2. На полу лифта лежит кирпич массы m . С какой силой он давит на пол? а) лифт покоится, б) лифт движется вверх с ускорением a , в) лифт движется вниз с ускорением a .

3. На весах стоит человек. Внезапно он приседает. Как будут меняться при этом показания весов? Нарисуйте (качественно) график зависимости этих показаний от времени. Будут ли весы в какой-либо момент показывать силу, большую, чем вес человека?

4. К динамометру, свободно висящему в невесомости внутри космического корабля, приложили силу F в направлении вдоль его шкалы (сила приложена к корпусу динамометра). Какую силу он покажет? К нему прицеплен груз, масса которого очень велика по сравнению с массой динамометра.

5. Тот же вопрос, если никакого груза нет. Считайте, что масса пружины динамометра очень мала по сравнению с массой его рамки. Рассмотрите два случая: а) сила приложена к корпусу, б) сила приложена к концу пружины.

6. Тот же вопрос, если силу приложить к двум одинаковым сцепленным друг с другом последовательно динамометрам. Рассмотрите все возможные случаи.

7. Динамометр состоит из двух цилиндров, соединенных легкой пружиной. Найдите отношение масс этих двух цилиндров, если при приложенных к ним силах F_1 и F_2 динамометр показывает силу F .

8. Какая сила действует в поперечном сечении однородного стержня длины L на расстоянии от того конца, к которому вдоль стержня приложена сила F ?

9. Два тела массы m_1 и m_2 связаны нитью, выдерживающей силу натяжения T . К телам приложены меняющиеся во времени силы $F_1 = bt$ и $F_2 = 2bt$, где b — постоянный коэффициент, t — время. а) Каково ускорение грузов в момент времени t ? б) В какой момент времени нить порвется? Грузы лежат на гладкой горизонтальной поверхности.

10. Четырьмя натянутыми нитями груз закреплен на тележке. Силы натяжения горизонтальных нитей T_1 и T_2 , а вертикальных — T_3 и T_4 . С каким ускорением тележка движется по горизонтальной плоскости?

