

9. Десятичная запись: неравенства. 14 августа

Утверждение. В десятичной записи натурального числа A ровно n цифр тогда и только тогда, когда $10^{n-1} \leq A < 10^n$.

1. Некоторое число умножили на 32, от чего количество цифр в нём увеличилось на 1. Докажите, что если умножить на 32 ещё раз, то количество цифр увеличится хотя бы на 2.

2. Докажите, что в числе 3^{200} не более 100 цифр.

3. К десятичной записи числа 2^{2022} приписали десятичную запись числа 5^{2022} . Сколько цифр в получившемся числе?

4. Будем называть натуральное число *красивым*, если в его десятичной записи поровну цифр 0, 1, 2, а других цифр нет. Может ли произведение двух красивых чисел быть красивым?

5. На 2020 карточках написаны 202 нуля, 202 единицы, ..., 202 девятки. Саша составил из нескольких карточек число, а Кирилл из всех оставшихся — другое число. Может ли число Саши быть квадратом числа Кирилла? Числа не могут начинаться с карточки 0.

6. *Куском* называется натуральное число, получаемое выписывание подряд первых нескольких натуральных чисел, например 123 или 12345678910111213 — куски. Докажите, что произведение двух кусков — не кусок.

7. Сколько цифр в десятичной записи числа 2^{300} ? *Ссылаться на калькулятор нельзя!*

9. Десятичная запись: неравенства. 14 августа

Утверждение. В десятичной записи натурального числа A ровно n цифр тогда и только тогда, когда $10^{n-1} \leq A < 10^n$.

1. Некоторое число умножили на 32, от чего количество цифр в нём увеличилось на 1. Докажите, что если умножить на 32 ещё раз, то количество цифр увеличится хотя бы на 2.

2. Докажите, что в числе 3^{200} не более 100 цифр.

3. К десятичной записи числа 2^{2022} приписали десятичную запись числа 5^{2022} . Сколько цифр в получившемся числе?

4. Будем называть натуральное число *красивым*, если в его десятичной записи поровну цифр 0, 1, 2, а других цифр нет. Может ли произведение двух красивых чисел быть красивым?

5. На 2020 карточках написаны 202 нуля, 202 единицы, ..., 202 девятки. Саша составил из нескольких карточек число, а Кирилл из всех оставшихся — другое число. Может ли число Саши быть квадратом числа Кирилла? Числа не могут начинаться с карточки 0.

6. *Куском* называется натуральное число, получаемое выписывание подряд первых нескольких натуральных чисел, например 123 или 12345678910111213 — куски. Докажите, что произведение двух кусков — не кусок.

7. Сколько цифр в десятичной записи числа 2^{300} ? *Ссылаться на калькулятор нельзя!*