10. Разнобой–2. 14 августа

1. Произведение двух чисел равно их частному. Может ли оно быть равно еще и их сумме?

2. Для натурального n обозначим $T(n)$ число $1+2+3+\ldots+n$. Докажите, что существуют числа a, b, c, каждое из которых больше 1000, что

$$T(a) + T(b) = T(c).$$

3. На клетчатой плоскости стоят 100 королей. Докажите, что их можно покрасить в 4 цвета так, чтобы одноцветные короли не били друг друга.

4. Докажите, что

$$\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{k\cdot(k+1)} + \ldots + \frac{1}{2022\cdot 2023} < 1.$$

5. Доска 8×8 красится в два цвета. Раскраска называется ладейной, если ладья может пройти от верхней стороны доски до нижней по белым клеткам, переходя каждым шагом с клетки на соседнюю по стороне клетку. Докажите, что количество ладейных раскрасок не больше половины общего числа раскрасок.

«Дилемма», 6 класс *Регина, август 2023*

10. Разнобой–2. 14 августа

1. Произведение двух чисел равно их частному. Может ли оно быть равно еще и их сумме?

2. Для натурального n обозначим $T(n)$ число $1+2+3+\ldots+n$. Докажите, что существуют числа a, b, c, каждое из которых больше 1000, что

$$T(a) + T(b) = T(c).$$

3. На клетчатой плоскости стоят 100 королей. Докажите, что их можно покрасить в 4 цвета так, чтобы одноцветные короли не били друг друга.

4. Докажите, что

$$\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{k\cdot(k+1)} + \ldots + \frac{1}{2022\cdot 2023} < 1.$$

5. Доска 8×8 красится в два цвета. Раскраска называется ладейной, если ладья может пройти от верхней стороны доски до нижней по белым клеткам, переходя каждым шагом с клетки на соседнюю по стороне клетку. Докажите, что количество ладейных раскрасок не больше половины общего числа раскрасок.