

12. Алгебраический инвариант. 15 августа**Как строить инвариант.** Несколько простых идей:

- если одно число уменьшилось на n , а другое увеличилось на n — не меняется сумма;
- если каждое из чисел увеличилось на n — не меняется разность;
- уменьшение на n и увеличение на m — это одна и та же операция в мире остатков по модулю $n + m$.

1. Есть амёбы трех цветов. Когда встречаются две амёбы разных цветов, то они преобразуются в 6 амёб третьего цвета. Вначале было 10, 20 и 30 амёб. Может ли получиться поровну амёб трех цветов?

2. На столе лежит куча из 600 ракушек. Из неё убирают одну ракушку и кучу делят на две непустые кучи (не обязательно поровну). Затем из какой-нибудь кучи, содержащей больше двух ракушки, снова убирают одну ракушку и снова кучу делят на две непустые. И так далее. Можно ли через несколько ходов оставить на столе только кучи по 2 и 3 ракушки, причем этих кучек поровну?

3. Есть табличка, заполненная числами 1, 2, 3 (первая строка) и 4, 5, 6 (вторая строка). За ход можно прибавить одно и то же число к любым двум рядом стоящим клеткам. Можно ли получить табличку, где пять нулей и одна единица?

4. Несколько шестиклассников собрали поровну шишек. Время от времени какие-то шестиклассники раздают каждому из остальных поровну из своих шишек. В конце у Васи осталось 30 шишек, а у Пети — 13 шишек. Сколько было шестиклассников?

5. На доске написаны числа 10, 20, 30, 40, 50. Разрешается выбрать любое число, уменьшить его в простое число раз (так, чтобы оно осталось целым), а одно из других чисел увеличить в простое число раз. Можно ли такими операциями получить набор чисел 20, 30, 40, 50, 60?

*На другой стороне есть ещё задачи!***12. Алгебраический инвариант. 15 августа****Как строить инвариант.** Несколько простых идей:

- если одно число уменьшилось на n , а другое увеличилось на n — не меняется сумма;
- если каждое из чисел увеличилось на n — не меняется разность;
- уменьшение на n и увеличение на m — это одна и та же операция в мире остатков по модулю $n + m$.

1. Есть амёбы трех цветов. Когда встречаются две амёбы разных цветов, то они преобразуются в 6 амёб третьего цвета. Вначале было 10, 20 и 30 амёб. Может ли получиться поровну амёб трех цветов?

2. На столе лежит куча из 600 ракушек. Из неё убирают одну ракушку и кучу делят на две непустые кучи (не обязательно поровну). Затем из какой-нибудь кучи, содержащей больше двух ракушки, снова убирают одну ракушку и снова кучу делят на две непустые. И так далее. Можно ли через несколько ходов оставить на столе только кучи по 2 и 3 ракушки, причем этих кучек поровну?

3. Есть табличка, заполненная числами 1, 2, 3 (первая строка) и 4, 5, 6 (вторая строка). За ход можно прибавить одно и то же число к любым двум рядом стоящим клеткам. Можно ли получить табличку, где пять нулей и одна единица?

4. Несколько шестиклассников собрали поровну шишек. Время от времени какие-то шестиклассники раздают каждому из остальных поровну из своих шишек. В конце у Васи осталось 30 шишек, а у Пети — 13 шишек. Сколько было шестиклассников?

5. На доске написаны числа 10, 20, 30, 40, 50. Разрешается выбрать любое число, уменьшить его в простое число раз (так, чтобы оно осталось целым), а одно из других чисел увеличить в простое число раз. Можно ли такими операциями получить набор чисел 20, 30, 40, 50, 60?

На другой стороне есть ещё задачи!

6. В памяти компьютера хранится число 123456789. Время от времени вирус YouWin10⁶.exe выбирает произвольную цифру, не стоящую с краю, и либо прибавляет к ней единицу, а от ее соседей отнимает по единице, либо отнимает от нее единицу, а к ее соседям прибавляет по единице. Время от времени вирус LaunchMe.exe выбирает четыре последовательные цифры и либо прибавляет по единице к двум крайним из них, либо отнимает по единице от двух крайних из них. Может ли оказаться, что в результате вирусной активности в памяти компьютера окажется число 987654321? Вирусы не могут вычитать единицы из нулей и прибавлять единицы к девяткам.

7. Васе и Пете по наследству досталось много лодочек — Пете больше, чем Васе, но каждому меньше тысячи. Тогда они решили делать лодочки и сами, Петя — по пять в день, Вася — по семь. Иногда в конце рабочего дня они вместе идут в клуб сухопутных игр, и каждый сдает туда ровно половину или ровно две трети накопившихся у него изделий (в один визит оба сдают одинаковую долю — оба половину или оба две трети). Докажите, что клуб сухопутных игр удостоится не более 12 визитов приятелей.

6. В памяти компьютера хранится число 123456789. Время от времени вирус YouWin10⁶.exe выбирает произвольную цифру, не стоящую с краю, и либо прибавляет к ней единицу, а от ее соседей отнимает по единице, либо отнимает от нее единицу, а к ее соседям прибавляет по единице. Время от времени вирус LaunchMe.exe выбирает четыре последовательные цифры и либо прибавляет по единице к двум крайним из них, либо отнимает по единице от двух крайних из них. Может ли оказаться, что в результате вирусной активности в памяти компьютера окажется число 987654321? Вирусы не могут вычитать единицы из нулей и прибавлять единицы к девяткам.

7. Васе и Пете по наследству досталось много лодочек — Пете больше, чем Васе, но каждому меньше тысячи. Тогда они решили делать лодочки и сами, Петя — по пять в день, Вася — по семь. Иногда в конце рабочего дня они вместе идут в клуб сухопутных игр, и каждый сдает туда ровно половину или ровно две трети накопившихся у него изделий (в один визит оба сдают одинаковую долю — оба половину или оба две трети). Докажите, что клуб сухопутных игр удостоится не более 12 визитов приятелей.