

**14. Разнобой–3. 17 августа**

**1.** Приведите пример двух взаимно простых целых чисел, произведение которых — точный квадрат, но каждое из которых не является точным квадратом.

**2.** Придумайте 6 различных правильных несократимых дробей, знаменатель каждой из которых больше 100, но знаменатель суммы любых трех из них — меньше 100.

**3.** Петя и Вася выбрали шестизначное число. Петя посчитал, сколько у него делителей, меньших 1 000, а Вася — не меньших. Докажите, что число, посчитанное Васей, меньше или равно числу, посчитанного Петей.

**4.** В графе степени всех вершин чётны. Докажите, что можно так ориентировать его рёбра, что для каждой вершины входящих и выходящих рёбер будет поровну.

**5.** Дана клетчатая доска размера  $21 \times 21$ . В каждой клетке 2-ой строки стоит по одной белой фишке, а в каждой клетке 20-ой строки — по одной черной. Двое играют в следующую игру: первый ходит белыми фишками, а второй — чёрными. За один ход можно передвинуть фишку в столбце на любое количество клеток вверх или вниз так, чтобы фишка не вышла за пределы доски, и не перепрыгнула через фишку соперника. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Может ли кто-то из игроков гарантировать себе победу, и если да, то кто? Начинает первый игрок, а далее ходят по очереди.

**14. Разнобой–3. 17 августа**

**1.** Приведите пример двух взаимно простых целых чисел, произведение которых — точный квадрат, но каждое из которых не является точным квадратом.

**2.** Придумайте 6 различных правильных несократимых дробей, знаменатель каждой из которых больше 100, но знаменатель суммы любых трех из них — меньше 100.

**3.** Петя и Вася выбрали шестизначное число. Петя посчитал, сколько у него делителей, меньших 1 000, а Вася — не меньших. Докажите, что число, посчитанное Васей, меньше или равно числу, посчитанного Петей.

**4.** В графе степени всех вершин чётны. Докажите, что можно так ориентировать его рёбра, что для каждой вершины входящих и выходящих рёбер будет поровну.

**5.** Дана клетчатая доска размера  $21 \times 21$ . В каждой клетке 2-ой строки стоит по одной белой фишке, а в каждой клетке 20-ой строки — по одной черной. Двое играют в следующую игру: первый ходит белыми фишками, а второй — чёрными. За один ход можно передвинуть фишку в столбце на любое количество клеток вверх или вниз так, чтобы фишка не вышла за пределы доски, и не перепрыгнула через фишку соперника. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Может ли кто-то из игроков гарантировать себе победу, и если да, то кто? Начинает первый игрок, а далее ходят по очереди.