

16. Дискретная непрерывность. 18 августа

Пример. В ряд выписаны целые числа, причем каждые два соседних отличаются ровно на 1. Самое левое число равно -10 , а самое правое равно 10 . Докажите, что в этом ряду есть число 0 .

Пример. На сороковой минуте матча «Спартак» выигрывал со счётом $2 : 1$, а на восьмидесятой уже проигрывал $4 : 5$. Обязательно ли был момент, когда счёт был ничейным?

Пример. Существуют ли сто последовательных натуральных чисел, среди которых ровно пять простых?

1. На нижнем ряду шахматной доски стояли 8 слонов. Илья двигает слонов по одному по шахматной доске согласно правилам. Через несколько ходов все слоны оказались в верхнем ряду. Докажите, что был момент, когда в верхней и нижней половинах слонов было поровну.

2. В ряд выложено 200 белых и 200 чёрных шариков. Самый левый и самый правый шарик белые. Докажите, что можно отсчитать несколько шариков (но не все), начиная с левого, так, чтобы среди них оказалось поровну белых и чёрных.

3. У Коли было число 1 . Каждую секунду он делал одно из трёх действий: умножал число на одну из его цифр, прибавлял одну из цифр числа или вычитал одну из цифр числа. Когда он закончил, у его числа было 2023 знака. Докажите, что и 100 знаков в какой-то момент тоже было.

4. Есть последовательность, состоящая из чисел 1 и -1 длины 30 . Известно, что никакая из сумм 10 последовательных чисел не равна 0 . Какое наименьшее положительное значение может принимать сумма всех 30 чисел?

5. Житель некоторой страны считается богатым, если его месячный доход выше зарплаты министра финансов, иначе – небогатым. Известно, что богатые женихи предпочитают небогатых невест. Докажите, что если министр финансов женат, а доходы у всех женихов и невест разные, то можно установить министру финансов такую зарплату, чтобы в стране стало поровну богатых женихов и небогатых невест.

16. Дискретная непрерывность. 18 августа

Пример. В ряд выписаны целые числа, причем каждые два соседних отличаются ровно на 1. Самое левое число равно -10 , а самое правое равно 10 . Докажите, что в этом ряду есть число 0 .

Пример. На сороковой минуте матча «Спартак» выигрывал со счётом $2 : 1$, а на восьмидесятой уже проигрывал $4 : 5$. Обязательно ли был момент, когда счёт был ничейным?

Пример. Существуют ли сто последовательных натуральных чисел, среди которых ровно пять простых?

1. На нижнем ряду шахматной доски стояли 8 слонов. Илья двигает слонов по одному по шахматной доске согласно правилам. Через несколько ходов все слоны оказались в верхнем ряду. Докажите, что был момент, когда в верхней и нижней половинах слонов было поровну.

2. В ряд выложено 200 белых и 200 чёрных шариков. Самый левый и самый правый шарик белые. Докажите, что можно отсчитать несколько шариков (но не все), начиная с левого, так, чтобы среди них оказалось поровну белых и чёрных.

3. У Коли было число 1 . Каждую секунду он делал одно из трёх действий: умножал число на одну из его цифр, прибавлял одну из цифр числа или вычитал одну из цифр числа. Когда он закончил, у его числа было 2023 знака. Докажите, что и 100 знаков в какой-то момент тоже было.

4. Есть последовательность, состоящая из чисел 1 и -1 длины 30 . Известно, что никакая из сумм 10 последовательных чисел не равна 0 . Какое наименьшее положительное значение может принимать сумма всех 30 чисел?

5. Житель некоторой страны считается богатым, если его месячный доход выше зарплаты министра финансов, иначе – небогатым. Известно, что богатые женихи предпочитают небогатых невест. Докажите, что если министр финансов женат, а доходы у всех женихов и невест разные, то можно установить министру финансов такую зарплату, чтобы в стране стало поровну богатых женихов и небогатых невест.

6. Дракон заточил рыцаря в темницу и выдал ему 100 различных монет, половина из которых фальшивые (но какие именно, знает только дракон). Каждый день рыцарь раскладывает монеты на две кучки (не обязательно равные). Если в какой-то день в этих кучках окажется поровну настоящих монет, либо поровну фальшивых, то дракон отпустит рыцаря. Сможет ли рыцарь гарантированно освободиться не позже, чем на 25-й день?

7. В некоторых клетках таблицы 50×50 расставлены числа -1 и 1 таким образом, что сумма всех чисел в таблице не меньше -100 и не больше 100 . Докажите, что в некотором квадрате 25×25 сумма чисел не меньше -25 и не больше 25 .

6. Дракон заточил рыцаря в темницу и выдал ему 100 различных монет, половина из которых фальшивые (но какие именно, знает только дракон). Каждый день рыцарь раскладывает монеты на две кучки (не обязательно равные). Если в какой-то день в этих кучках окажется поровну настоящих монет, либо поровну фальшивых, то дракон отпустит рыцаря. Сможет ли рыцарь гарантированно освободиться не позже, чем на 25-й день?

7. В некоторых клетках таблицы 50×50 расставлены числа -1 и 1 таким образом, что сумма всех чисел в таблице не меньше -100 и не больше 100 . Докажите, что в некотором квадрате 25×25 сумма чисел не меньше -25 и не больше 25 .