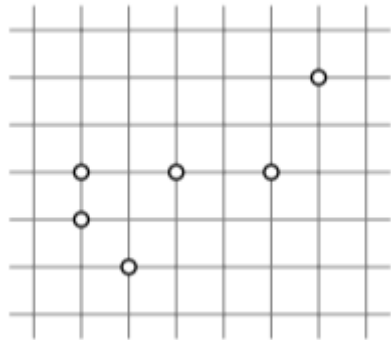


20. Разнобой–5. 21 августа

1. На клетчатой бумаге отмечены 6 точек (см. рисунок). Проведите три прямые так, чтобы одновременно выполнялись три условия:

- каждая отмеченная точка лежала хотя бы на одной из этих прямых,
- на каждой прямой лежало хотя бы две отмеченные точки,
- все три проведённые прямые пересекались бы в одной точке (не обязательно отмеченной).



2. В ряд стоят 200 сапог: 100 левых и 100 правых. Докажите, что можно выбрать 100 подряд идущих сапог, среди которых поровну левых и правых.

3. Число n делится на 9, но не делится на 27. Каких делителей у него больше – кратных трём или не кратных трём и во сколько раз?

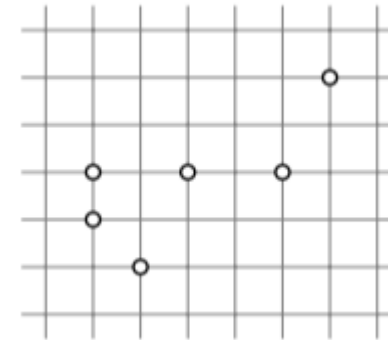
4. В стране больше 101 города. Столица соединена со 100 городами, а каждый из остальных городов — с 10 городами. Известно, что из каждого города можно попасть в любой другой. Докажите, что можно закрыть 50 дорог из столицы так, что всё ещё из каждого города можно будет попасть в любой другой.

5. *Эйлеровым путём* называется путь в графе, проходящий по каждому ребру ровно один раз. В графе нет изолированных вершин. Докажите, что в нём есть эйлеров путь тогда и только тогда, когда он связный и в нём не более двух вершин нечётной степени.

20. Разнобой–5. 21 августа

1. На клетчатой бумаге отмечены 6 точек (см. рисунок). Проведите три прямые так, чтобы одновременно выполнялись три условия:

- каждая отмеченная точка лежала хотя бы на одной из этих прямых,
- на каждой прямой лежало хотя бы две отмеченные точки,
- все три проведённые прямые пересекались бы в одной точке (не обязательно отмеченной).



2. В ряд стоят 200 сапог: 100 левых и 100 правых. Докажите, что можно выбрать 100 подряд идущих сапог, среди которых поровну левых и правых.

3. Число n делится на 9, но не делится на 27. Каких делителей у него больше – кратных трём или не кратных трём и во сколько раз?

4. В стране больше 101 города. Столица соединена со 100 городами, а каждый из остальных городов — с 10 городами. Известно, что из каждого города можно попасть в любой другой. Докажите, что можно закрыть 50 дорог из столицы так, что всё ещё из каждого города можно будет попасть в любой другой.

5. *Эйлеровым путём* называется путь в графе, проходящий по каждому ребру ровно один раз. В графе нет изолированных вершин. Докажите, что в нём есть эйлеров путь тогда и только тогда, когда он связный и в нём не более двух вершин нечётной степени.