

21. Мы где-то встречались? 22 августа

Как получить плюстик за задачу. Каждая из задач ниже должна вам напомнить об одной из задач, которая уже была на смене. Чтобы получить «+» за задачу надо свести её к той задаче, которая уже была.

Что такое свести. Это значит объяснить, как, зная решение старой задачи, решить предложенную.

Ещё раз. Эти задачи не нужно решать! Их нужно свести к уже известной вам задаче (в случае задачи **4.** — к чуть-чуть изменённой).

1. Докажите, что существуют 100 натуральных чисел, каждое из которых делит сумму всех чисел.

2. У Амбарцума есть восемь кубиков $1 \times 1 \times 1$. Каждая грань этих кубиков покрашена в один из 12 цветов. Оказалось, что в каждый цвет покрашены ровно 4 грани. Докажите, что из этих кубиков Наири, друг Амбарцума, может сложить куб $2 \times 2 \times 2$ таким образом, чтобы на его поверхности было по 2 квадрата каждого цвета.

3. Докажите, что

$$1 + 2023 + 2023 \cdot 2022 + \dots + 2023 \cdot 2022 \cdot \dots \cdot 3 < 2023 \cdot 2022 \cdot \dots \cdot 2$$

4. В лагерь приехали 120 детей, у каждого в отряде один или два друга. Докажите, что всех детей можно разбить на два отряда по 60 человек так, что у каждого человека в отряде будет друг.

5. Докажите, что любые числа можно расставить в клетках таблицы 10×10 так, чтобы ни у каких двух чисел, стоящих в соседних по стороне или углу ячейках, разность не была равна 1.

21. Мы где-то встречались? 22 августа

Как получить плюстик за задачу. Каждая из задач ниже должна вам напомнить об одной из задач, которая уже была на смене. Чтобы получить «+» за задачу надо свести её к той задаче, которая уже была.

Что такое свести. Это значит объяснить, как, зная решение старой задачи, решить предложенную.

Ещё раз. Эти задачи не нужно решать! Их нужно свести к уже известной вам задаче (в случае задачи **4.** — к чуть-чуть изменённой).

1. Докажите, что существуют 100 натуральных чисел, каждое из которых делит сумму всех чисел.

2. У Амбарцума есть восемь кубиков $1 \times 1 \times 1$. Каждая грань этих кубиков покрашена в один из 12 цветов. Оказалось, что в каждый цвет покрашены ровно 4 грани. Докажите, что из этих кубиков Наири, друг Амбарцума, может сложить куб $2 \times 2 \times 2$ таким образом, чтобы на его поверхности было по 2 квадрата каждого цвета.

3. Докажите, что

$$1 + 2023 + 2023 \cdot 2022 + \dots + 2023 \cdot 2022 \cdot \dots \cdot 3 < 2023 \cdot 2022 \cdot \dots \cdot 2$$

4. В лагерь приехали 120 детей, у каждого в отряде один или два друга. Докажите, что всех детей можно разбить на два отряда по 60 человек так, что у каждого человека в отряде будет друг.

5. Докажите, что любые числа можно расставить в клетках таблицы 10×10 так, чтобы ни у каких двух чисел, стоящих в соседних по стороне или углу ячейках, разность не была равна 1.