

**3. Не уйти в сложные подсчёты. 6 сентября**

1. Даны стакан молока и стаканы чая. Ложку чая перелили в молоко, а затем ложку образовавшейся смеси — обратно в чай. Чего в результате оказалось больше: чая в молоке или молока в чае?

2. У Ильи есть литровая бутылка, наполненная свежесжатым апельсиновым соком, и 19-литровая пустая бутылка. Илья выливает половину содержимого бутылки в бутылку, после этого доливает в бутылку пол-литра воды и тщательно всё перемешивает. Эту операцию Илья повторяет суммарно 10 раз. После этого он переливает всё, что осталось в бутылке, в бутылку. Какова доля апельсинового сока в получившемся напитке в бутылке?

3. В волейбольном турнире каждая команда дважды встречалась со всеми остальными командами. Оказалось, что 80% команд имеют хотя бы по одной победе. Сколько команд принимает участие в турнире?

4. Некто оставил завещание, согласно которому старший сын получает из полного наследства 100 франков и  $1/10$  остатка, второй — 200 франков и  $1/10$  нового остатка, третий — 300 франков и  $1/10$  нового остатка и т.д. до последнего. Доли сыновей оказались равными. Найдите размер оставленного наследства и число сыновей.

5. Поезд проходит мимо наблюдателя в течение  $t_1$  секунд, а мимо моста длиной  $\ell$  — в течение  $t_2$  секунд. Считается, что поезд проходит мимо моста, начиная с того момента, когда локомотив въезжает на мост, и кончая моментом, когда последний вагон покидает мост. Выразите через  $\ell$ ,  $t_1$  и  $t_2$  длину и скорость поезда.

6. Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми  $AB = 100$  км, одновременно навстречу друг другу выезжают два велосипедиста. Первый велосипедист движется со скоростью 30 км/ч. Скорость второго велосипедиста, соответственно, равна 20 км/ч. В тот момент, когда велосипедисты выехали из своих пунктов, из пункта  $A$  в пункт  $B$  выбежала собака. Скорость собаки 35 км/ч. Собака бежит в направлении пункта  $B$ , но как только она встречает велосипедиста  $B$ , она поворачивает и бежит обратно в пункт  $A$ . Встретив в пути велосипедиста  $A$ , собака снова поворачивает и бежит в направлении пункта  $B$ . Встретив велосипедиста  $B$ , она вновь поворачивает и бежит в пункт  $A$ . И так она бежит между велосипедистами, пока они не встретятся. Какой путь пробежит собака?

*Не забудьте перевернуть листочек!*

**3. Не уйти в сложные подсчёты. 6 сентября**

1. Даны стакан молока и стаканы чая. Ложку чая перелили в молоко, а затем ложку образовавшейся смеси — обратно в чай. Чего в результате оказалось больше: чая в молоке или молока в чае?

2. У Ильи есть литровая бутылка, наполненная свежесжатым апельсиновым соком, и 19-литровая пустая бутылка. Илья выливает половину содержимого бутылки в бутылку, после этого доливает в бутылку пол-литра воды и тщательно всё перемешивает. Эту операцию Илья повторяет суммарно 10 раз. После этого он переливает всё, что осталось в бутылке, в бутылку. Какова доля апельсинового сока в получившемся напитке в бутылке?

3. В волейбольном турнире каждая команда дважды встречалась со всеми остальными командами. Оказалось, что 80% команд имеют хотя бы по одной победе. Сколько команд принимает участие в турнире?

4. Некто оставил завещание, согласно которому старший сын получает из полного наследства 100 франков и  $1/10$  остатка, второй — 200 франков и  $1/10$  нового остатка, третий — 300 франков и  $1/10$  нового остатка и т.д. до последнего. Доли сыновей оказались равными. Найдите размер оставленного наследства и число сыновей.

5. Поезд проходит мимо наблюдателя в течение  $t_1$  секунд, а мимо моста длиной  $\ell$  — в течение  $t_2$  секунд. Считается, что поезд проходит мимо моста, начиная с того момента, когда локомотив въезжает на мост, и кончая моментом, когда последний вагон покидает мост. Выразите через  $\ell$ ,  $t_1$  и  $t_2$  длину и скорость поезда.

6. Из пунктов  $A$  и  $B$ , расстояние между которыми  $AB = 100$  км, одновременно навстречу друг другу выезжают два велосипедиста. Первый велосипедист движется со скоростью 30 км/ч. Скорость второго велосипедиста, соответственно, равна 20 км/ч. В тот момент, когда велосипедисты выехали из своих пунктов, из пункта  $A$  в пункт  $B$  выбежала собака. Скорость собаки 35 км/ч. Собака бежит в направлении пункта  $B$ , но как только она встречает велосипедиста  $B$ , она поворачивает и бежит обратно в пункт  $A$ . Встретив в пути велосипедиста  $A$ , собака снова поворачивает и бежит в направлении пункта  $B$ . Встретив велосипедиста  $B$ , она вновь поворачивает и бежит в пункт  $A$ . И так она бежит между велосипедистами, пока они не встретятся. Какой путь пробежит собака?

*Не забудьте перевернуть листочек!*

7. Две машины, расстояние между которыми вначале равно 120 км, движутся в одном направлении по шоссе, скорость на котором ограничена 60 км/ч. В некоторой точке шоссе разрешённая скорость увеличивается до 70 км/ч. Далее каждые 100 км разрешённая скорость увеличивается на 10 км/ч (т.е. через 100 км после первой точки — до 80 км/ч, ещё через 100 км — до 90 км/ч, и т.д.), пока не станет равна 120 км/ч. В любой момент времени машины едут с максимально разрешённой скоростью. Какое расстояние (в км) будет между машинами, когда обе будут ехать со скоростью 120 км/ч?

8. У каждого из десяти гномов есть трубочка для питья. Если эти десять гномов будут пить одновременно (через трубочку!) ведро молока объемом 10 литров, то они выпьют его за час. Им принесли ещё 10 литров молока, но в 10 банках, в каждой из которых по 1 литру: из банки в один момент времени может быть максимум один гном. Докажите, что если гномы умеют очень быстро передавать друг другу банки, то они справятся выпить и молоко из этих банок за один час. Скорости питья у разных гномов могут быть разные, один и тот же гном всегда пьёт с одной скоростью.

9. На прямоугольной сковороде можно одновременно выпекать  $n$  круглых блинов диаметра 10 см. Докажите, что на этой же сковороде можно одновременно выпекать  $4n$  круглых блинов диаметра 5 см.

10. Король Горностаев приказал построить дорогу между Н. и М., расстояние между которыми 400 м. Отправленная бригада оказалась ленивой. Они решили в первый день построить 1 м дороги, а в каждый следующий день — строить  $1/x^{10}$  м дороги, где  $x$  — длина уже построенной к этому моменту дороги. Построит ли бригада дорогу за конечное время?

7. Две машины, расстояние между которыми вначале равно 120 км, движутся в одном направлении по шоссе, скорость на котором ограничена 60 км/ч. В некоторой точке шоссе разрешённая скорость увеличивается до 70 км/ч. Далее каждые 100 км разрешённая скорость увеличивается на 10 км/ч (т.е. через 100 км после первой точки — до 80 км/ч, ещё через 100 км — до 90 км/ч, и т.д.), пока не станет равна 120 км/ч. В любой момент времени машины едут с максимально разрешённой скоростью. Какое расстояние (в км) будет между машинами, когда обе будут ехать со скоростью 120 км/ч?

8. У каждого из десяти гномов есть трубочка для питья. Если эти десять гномов будут пить одновременно (через трубочку!) ведро молока объемом 10 литров, то они выпьют его за час. Им принесли ещё 10 литров молока, но в 10 банках, в каждой из которых по 1 литру: из банки в один момент времени может быть максимум один гном. Докажите, что если гномы умеют очень быстро передавать друг другу банки, то они справятся выпить и молоко из этих банок за один час. Скорости питья у разных гномов могут быть разные, один и тот же гном всегда пьёт с одной скоростью.

9. На прямоугольной сковороде можно одновременно выпекать  $n$  круглых блинов диаметра 10 см. Докажите, что на этой же сковороде можно одновременно выпекать  $4n$  круглых блинов диаметра 5 см.

10. Король Горностаев приказал построить дорогу между Н. и М., расстояние между которыми 400 м. Отправленная бригада оказалась ленивой. Они решили в первый день построить 1 м дороги, а в каждый следующий день — строить  $1/x^{10}$  м дороги, где  $x$  — длина уже построенной к этому моменту дороги. Построит ли бригада дорогу за конечное время?