

**Разнойбой–1. 6 сентября**

1. Пусть  $P(x)$  — произвольный многочлен с целыми коэффициентами, причём известно, что многочлены  $P(x)$  и  $P(P(P(x)))$  имеют общий действительный корень. Докажите, что эти многочлены имеют общий целый корень.

2. На основании  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  отмечены точки  $K$  и  $L$ . Лучи  $BK$  и  $BL$  пересекают описанную окружность треугольника  $ABC$  в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  лежат на одной окружности.

3. Дан параллелограмм  $ABCD$ . Внеписанная окружность треугольника  $ABD$  касается продолжений сторон  $AD$  и  $AB$  в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что точки пересечения отрезка  $MN$  с  $BC$  и  $CD$  лежат на вписанной окружности треугольника  $BCD$ .

4. Несколько населённых пунктов соединены дорогами с городом, а между ними дорог нет. Автомобиль отправляется из города с грузами сразу для всех населённых пунктов. Стоимость каждой поездки равна произведению веса всех грузов в кузове на расстояние. Докажите, что если вес каждого груза численно равен расстоянию от города до пункта назначения, то общая стоимость перевозки не зависит от порядка, в котором объезжаются пункты.

**Разнойбой–1. 6 сентября**

1. Пусть  $P(x)$  — произвольный многочлен с целыми коэффициентами, причём известно, что многочлены  $P(x)$  и  $P(P(P(x)))$  имеют общий действительный корень. Докажите, что эти многочлены имеют общий целый корень.

2. На основании  $AC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  отмечены точки  $K$  и  $L$ . Лучи  $BK$  и  $BL$  пересекают описанную окружность треугольника  $ABC$  в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  лежат на одной окружности.

3. Дан параллелограмм  $ABCD$ . Внеписанная окружность треугольника  $ABD$  касается продолжений сторон  $AD$  и  $AB$  в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что точки пересечения отрезка  $MN$  с  $BC$  и  $CD$  лежат на вписанной окружности треугольника  $BCD$ .

4. Несколько населённых пунктов соединены дорогами с городом, а между ними дорог нет. Автомобиль отправляется из города с грузами сразу для всех населённых пунктов. Стоимость каждой поездки равна произведению веса всех грузов в кузове на расстояние. Докажите, что если вес каждого груза численно равен расстоянию от города до пункта назначения, то общая стоимость перевозки не зависит от порядка, в котором объезжаются пункты.