

Разнойбой–3. 9 сентября

1. Дан квадратный трехчлен $f(x)$. Всегда ли можно найти такой многочлен четвертой степени $g(x)$, что уравнение $f(g(x)) = 0$ не имеет решений?

2. Вершины A , B и C параллелограмма $ABCD$ лежат на окружности ω . Прямые CD и AD продлили до пересечения с ω в точках P и Q соответственно. Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника PDQ , лежит на окружности ω .

3. На плоскости даны три точки. Из них выбираются любые две, строится серединный перпендикуляр к отрезку, их соединяющему, и все точки отражаются симметрично относительно этой прямой; затем из всех точек (старых и новых) снова выбирают какие-то две точки и весь процесс повторяют. Так делается бесконечно много раз. Верно ли, что в плоскости найдется такая прямая, что все полученные точки будут лежать по одну сторону от неё?

4. Каждый отрезок с концами в вершинах правильного 100-угольника покрасили — в красный цвет, если между его концами четное число вершин, и в синий — в противном случае. В частности, все стороны 100-угольника красные. В вершинах расставили числа, сумма квадратов которых равна 1, а на отрезках — произведения чисел в концах. Затем из суммы чисел на красных отрезках вычли сумму чисел на синих. Какое наибольшее число могло получиться?

Разнойбой–3. 9 сентября

1. Дан квадратный трехчлен $f(x)$. Всегда ли можно найти такой многочлен четвертой степени $g(x)$, что уравнение $f(g(x)) = 0$ не имеет решений?

2. Вершины A , B и C параллелограмма $ABCD$ лежат на окружности ω . Прямые CD и AD продлили до пересечения с ω в точках P и Q соответственно. Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника PDQ , лежит на окружности ω .

3. На плоскости даны три точки. Из них выбираются любые две, строится серединный перпендикуляр к отрезку, их соединяющему, и все точки отражаются симметрично относительно этой прямой; затем из всех точек (старых и новых) снова выбирают какие-то две точки и весь процесс повторяют. Так делается бесконечно много раз. Верно ли, что в плоскости найдется такая прямая, что все полученные точки будут лежать по одну сторону от неё?

4. Каждый отрезок с концами в вершинах правильного 100-угольника покрасили — в красный цвет, если между его концами четное число вершин, и в синий — в противном случае. В частности, все стороны 100-угольника красные. В вершинах расставили числа, сумма квадратов которых равна 1, а на отрезках — произведения чисел в концах. Затем из суммы чисел на красных отрезках вычли сумму чисел на синих. Какое наибольшее число могло получиться?