

**«Очевидные» утверждения. 10 сентября**

1. Докажите, что плоскость нельзя покрыть конечным числом прямых.
  2. На плоскости отмечены 2020 точек. Докажите, что есть окружность, внутри которой лежит ровно 43 из них.
  3. Внутри треугольника лежит выпуклый четырёхугольник. Докажите, что периметр треугольника больше периметра четырёхугольника.
  4. Докажите, что конечным числом внутренностей парабол нельзя покрыть плоскость.
  5. Имеется два трёхлитровых сосуда. В первом сосуде 1 л воды, во втором — 1 л 2% раствора поваренной соли. Разрешается переливать любую часть жидкости из одного сосуда в другой, после чего перемешивать. Можно ли за несколько таких переливаний получить 1,5% раствор соли в первом сосуде?
  6. На чёрном ящике находится табло с  $K$  лампочками и пульт из  $K$  тумблеров. При переборе возможных состояний пульта на табло загораются все возможные комбинации лампочек. Состояние пульта однозначно определяет состояние табло. При переключении одного тумблера гаснет или загорается ровно одна лампочка. Докажите, что состояние каждой лампочки зависит от положения ровно одного тумблера.
  7. На плоскости имеется конечное множество прямых  $L$ . Через пересечение любых двух прямых из  $L$  проходит ещё одна прямая из  $L$ . Докажите, что все прямые из  $L$  проходят через одну точку.
- 
8. В очереди к стоматологу стоят 30 ребят: мальчиков и девочек. Часы на стене показывают 8:00. Как только начинается новая минута, каждый мальчик, за которым стоит девочка, пропускает её вперед. Докажите, что перестановки в очереди закончатся до 8:30, когда откроется дверь кабинета.
  9. Имеется чистая доска. За один ход можно либо дописать на доску две единицы, либо стереть два числа  $n$  и написать вместо них числа  $n+1$  и  $n-1$ . За какое наименьшее число таких операций можно добиться того, чтобы на доске появилось число 2005?
  10. Докажите, что к квадрату  $ABCD$  нельзя приложить более восьми равных ему, касающихся  $ABCD$  хотя бы в одной точке и непересекающихся во внутренних точках между собой и с  $ABCD$  квадратов. Стороны квадратов не обязаны быть параллельными.

**«Очевидные» утверждения. 10 сентября**

1. Докажите, что плоскость нельзя покрыть конечным числом прямых.
  2. На плоскости отмечены 2020 точек. Докажите, что есть окружность, внутри которой лежит ровно 43 из них.
  3. Внутри треугольника лежит выпуклый четырёхугольник. Докажите, что периметр треугольника больше периметра четырёхугольника.
  4. Докажите, что конечным числом внутренностей парабол нельзя покрыть плоскость.
  5. Имеется два трёхлитровых сосуда. В первом сосуде 1 л воды, во втором — 1 л 2% раствора поваренной соли. Разрешается переливать любую часть жидкости из одного сосуда в другой, после чего перемешивать. Можно ли за несколько таких переливаний получить 1,5% раствор соли в первом сосуде?
  6. На чёрном ящике находится табло с  $K$  лампочками и пульт из  $K$  тумблеров. При переборе возможных состояний пульта на табло загораются все возможные комбинации лампочек. Состояние пульта однозначно определяет состояние табло. При переключении одного тумблера гаснет или загорается ровно одна лампочка. Докажите, что состояние каждой лампочки зависит от положения ровно одного тумблера.
  7. На плоскости имеется конечное множество прямых  $L$ . Через пересечение любых двух прямых из  $L$  проходит ещё одна прямая из  $L$ . Докажите, что все прямые из  $L$  проходят через одну точку.
- 
8. В очереди к стоматологу стоят 30 ребят: мальчиков и девочек. Часы на стене показывают 8:00. Как только начинается новая минута, каждый мальчик, за которым стоит девочка, пропускает её вперед. Докажите, что перестановки в очереди закончатся до 8:30, когда откроется дверь кабинета.
  9. Имеется чистая доска. За один ход можно либо дописать на доску две единицы, либо стереть два числа  $n$  и написать вместо них числа  $n+1$  и  $n-1$ . За какое наименьшее число таких операций можно добиться того, чтобы на доске появилось число 2005?
  10. Докажите, что к квадрату  $ABCD$  нельзя приложить более восьми равных ему, касающихся  $ABCD$  хотя бы в одной точке и непересекающихся во внутренних точках между собой и с  $ABCD$  квадратов. Стороны квадратов не обязаны быть параллельными.