

22. Как сделать нецелые числа целыми? 31 октября

1. а) Докажите, что любое число α можно домножить на натуральное число m так, что число $m\alpha$ будет «почти целым»: т.е. отличаться от ближайшего целого числа не более чем на наперёд заданное число $\varepsilon > 0$.
- б) Докажите, что любые два числа α_1 и α_2 можно домножить на натуральное число m так, что числа $m\alpha_1$ и $m\alpha_2$ будут «почти целыми».
- в) Обобщите пункт б) и ещё раз решите задачу про 101 корову.

Определение. Назовём *округлением* нецелого числа x его замену на одно из двух целых чисел, между которыми оно расположено. Округлением целого числа x будем считать само число x .

2. а) Около каждой вершины куба стоит число. На каждом ребре поставили сумму чисел в ее вершинах. Верно ли, что числа и суммы можно округлить так, что равенства не нарушатся?
- б) Около каждой вершины 1001-угольника стоит число. На каждой стороне поставили сумму чисел в ее вершинах. Верно ли, что числа и суммы можно округлить так, что равенства не нарушатся?

3. Докажите, что в любом равенстве вида

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = y_1 + y_2 + \dots + y_n$$

все слагаемые можно округлить так, что равенство останется верным.

4. В прямоугольную таблицу записаны некоторые числа, причём суммы по строкам и суммы по столбцам — целые числа. Докажите, что все числа таблицы можно округлить так, что как суммы по строкам, так и суммы по столбцам будут округлениями соответствующих «бывших» сумм.

5. Магазин получил несколько заказов, каждый заказ состоит из парно различных товаров. Удивительно, но в магазине не осталось ни одной монеты номиналом меньше 1 рубля. Поэтому руководство приняло решение округлить цену каждого товара вверх или вниз так, чтобы цена каждого товара стала целой. Докажите, что если каждый товар заказали не более n раз, то можно округлить цены так, чтобы стоимость каждого заказа изменилась не более чем на n рублей.

22. Как сделать нецелые числа целыми? 31 октября

1. а) Докажите, что любое число α можно домножить на натуральное число m так, что число $m\alpha$ будет «почти целым»: т.е. отличаться от ближайшего целого числа не более чем на наперёд заданное число $\varepsilon > 0$.
- б) Докажите, что любые два числа α_1 и α_2 можно домножить на натуральное число m так, что числа $m\alpha_1$ и $m\alpha_2$ будут «почти целыми».
- в) Обобщите пункт б) и ещё раз решите задачу про 101 корову.

Определение. Назовём *округлением* нецелого числа x его замену на одно из двух целых чисел, между которыми оно расположено. Округлением целого числа x будем считать само число x .

2. а) Около каждой вершины куба стоит число. На каждом ребре поставили сумму чисел в ее вершинах. Верно ли, что числа и суммы можно округлить так, что равенства не нарушатся?
- б) Около каждой вершины 1001-угольника стоит число. На каждой стороне поставили сумму чисел в ее вершинах. Верно ли, что числа и суммы можно округлить так, что равенства не нарушатся?

3. Докажите, что в любом равенстве вида

$$x_1 + x_2 + \dots + x_m = y_1 + y_2 + \dots + y_n$$

все слагаемые можно округлить так, что равенство останется верным.

4. В прямоугольную таблицу записаны некоторые числа, причём суммы по строкам и суммы по столбцам — целые числа. Докажите, что все числа таблицы можно округлить так, что как суммы по строкам, так и суммы по столбцам будут округлениями соответствующих «бывших» сумм.

5. Магазин получил несколько заказов, каждый заказ состоит из парно различных товаров. Удивительно, но в магазине не осталось ни одной монеты номиналом меньше 1 рубля. Поэтому руководство приняло решение округлить цену каждого товара вверх или вниз так, чтобы цена каждого товара стала целой. Докажите, что если каждый товар заказали не более n раз, то можно округлить цены так, чтобы стоимость каждого заказа изменилась не более чем на n рублей.