

8-1. Конструкции в теории чисел. 14 января

1. Существуют ли шесть различных натуральных чисел таких, что произведение любых двух из них не делится на сумму всех чисел, а произведение любых трёх из них — делится?

2. Какие натуральные числа можно представить в виде $\frac{xy + yz + zx}{x + y + z}$, для некоторых попарно различных натуральных чисел x , y и z ?

3. Верно ли, что среди любых шести натуральных чисел найдется три числа, наименьшее общее кратное которых делится на наибольший общий делитель остальных трех чисел?

4. На доске написаны 100 последовательных натуральных чисел. Раз в минуту к доске подходит Ваня и заменяет каждое число на его делитель, не равный самому числу. Может ли так быть, что и через час на доске будут 100 последовательных натуральных чисел?

5. Существуют ли 100 дробей, числитель каждой из которых равен 1, образующие арифметическую прогрессию?

6. Существует ли натуральное число n , большее 10^{100} , такое, что сумма всех простых чисел, меньших n , взаимно проста с n ?

7. Пусть $a > 2$ — натуральное число. Докажите, что существует бесконечно много натуральных n таких, что $a^n - 1$ делится на n .

8-1. Конструкции в теории чисел. 14 января

1. Существуют ли шесть различных натуральных чисел таких, что произведение любых двух из них не делится на сумму всех чисел, а произведение любых трёх из них — делится?

2. Какие натуральные числа можно представить в виде $\frac{xy + yz + zx}{x + y + z}$, для некоторых попарно различных натуральных чисел x , y и z ?

3. Верно ли, что среди любых шести натуральных чисел найдется три числа, наименьшее общее кратное которых делится на наибольший общий делитель остальных трех чисел?

4. На доске написаны 100 последовательных натуральных чисел. Раз в минуту к доске подходит Ваня и заменяет каждое число на его делитель, не равный самому числу. Может ли так быть, что и через час на доске будут 100 последовательных натуральных чисел?

5. Существуют ли 100 дробей, числитель каждой из которых равен 1, образующие арифметическую прогрессию?

6. Существует ли натуральное число n , большее 10^{100} , такое, что сумма всех простых чисел, меньших n , взаимно проста с n ?

7. Пусть $a > 2$ — натуральное число. Докажите, что существует бесконечно много натуральных n таких, что $a^n - 1$ делится на n .