

8-1. Равные между собой. 25 января

1. Натуральные числа x, y, z и t таковы, что $4x = 5y = 6z = 7t$. Какое наименьшее значение может принимать x ?

2. Докажите, что если

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3},$$

то

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_1 + 2a_2 + 3a_3}{b_1 + 2b_2 + 3b_3}.$$

3. Докажите, что если

$$\frac{x^2 - yz}{a} = \frac{y^2 - zx}{b} = \frac{z^2 - xy}{c} \neq 0,$$

то

$$\frac{a^2 - bc}{x} = \frac{b^2 - ca}{y} = \frac{c^2 - ab}{z}.$$

4. Докажите, что если

$$2a^2 + 17a = 2b^2 + 17b = 2c^2 + 17c = 2d^2 + 17d = 2e^2 + 17e,$$

то среди чисел a, b, c, d и e есть хотя бы три равных.

5. Решите в действительных числах уравнение $\sqrt{2 - x^2 - y^2} = \sqrt[3]{3 - x^3 - y^3}$.

8-1. Равные между собой. 25 января

1. Натуральные числа x, y, z и t таковы, что $4x = 5y = 6z = 7t$. Какое наименьшее значение может принимать x ?

2. Докажите, что если

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3},$$

то

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_1 + 2a_2 + 3a_3}{b_1 + 2b_2 + 3b_3}.$$

3. Докажите, что если

$$\frac{x^2 - yz}{a} = \frac{y^2 - zx}{b} = \frac{z^2 - xy}{c} \neq 0,$$

то

$$\frac{a^2 - bc}{x} = \frac{b^2 - ca}{y} = \frac{c^2 - ab}{z}.$$

4. Докажите, что если

$$2a^2 + 17a = 2b^2 + 17b = 2c^2 + 17c = 2d^2 + 17d = 2e^2 + 17e,$$

то среди чисел a, b, c, d и e есть хотя бы три равных.

5. Решите в действительных числах уравнение $\sqrt{2 - x^2 - y^2} = \sqrt[3]{3 - x^3 - y^3}$.