

8-1. Между соседними квадратами. 27 января

1. Докажите, что среди чисел, больших 1 000 000 и меньших 1 002 000 нет точного квадрата.

2. Докажите, что ни для какого натурального n число $n^2 + n + 1$ не является точным квадратом.

3. Существуют ли такие натуральные числа a и b , что каждое из чисел $a^2 + b$ и $b^2 + a$ являются точными квадратами?

4. Целые числа b и c таковы, что для бесконечно количества n число $n^2 + bn + c$ является точным квадратом. Докажите, что для некоторого целого t выполнено $b = 2t$, $c = t^2$.

5. Решите в целых числах уравнение

$$x^2 + x = y^4 + y^3 + y^2 + y.$$

6. Пусть a и b — некоторые положительные числа. Для каждого натурального n число $\sqrt{an + b}$ округлили в ближайшую сторону. Могли ли все округления быть в одну сторону?

7. Найдите все упорядоченные тройки натуральных чисел (a, b, c) такие, что все три числа $a^2 + 2b + c$, $b^2 + 2c + a$, $c^2 + 2a + b$ — точные квадраты.

8-1. Между соседними квадратами. 27 января

1. Докажите, что среди чисел, больших 1 000 000 и меньших 1 002 000 нет точного квадрата.

2. Докажите, что ни для какого натурального n число $n^2 + n + 1$ не является точным квадратом.

3. Существуют ли такие натуральные числа a и b , что каждое из чисел $a^2 + b$ и $b^2 + a$ являются точными квадратами?

4. Целые числа b и c таковы, что для бесконечно количества n число $n^2 + bn + c$ является точным квадратом. Докажите, что для некоторого целого t выполнено $b = 2t$, $c = t^2$.

5. Решите в целых числах уравнение

$$x^2 + x = y^4 + y^3 + y^2 + y.$$

6. Пусть a и b — некоторые положительные числа. Для каждого натурального n число $\sqrt{an + b}$ округлили в ближайшую сторону. Могли ли все округления быть в одну сторону?

7. Найдите все упорядоченные тройки натуральных чисел (a, b, c) такие, что все три числа $a^2 + 2b + c$, $b^2 + 2c + a$, $c^2 + 2a + b$ — точные квадраты.