

**8-2. НОД и НОК. 16 января**

**Обозначение.** Как всегда,  $(a, b)$  обозначает наибольший общий делитель чисел  $a$  и  $b$ , а  $[a, b]$  — их наименьшее общее кратное.

**1.** Пусть  $a$  и  $b$  — натуральные числа. Докажите, что  $(a, b) = a$  тогда и только тогда, когда  $b : a$ . Сформулируйте и докажите аналогичное утверждение для НОК.

**2.** Докажите, что для любых двух натуральных чисел  $a$  и  $b$  выполняется неравенство  $a(a, b) + b[a, b] \geq 2ab$ .

**3.** Натуральные числа  $x, y, z$  таковы, что  $\text{НОД}(x, y) = z$  и  $\text{НОК}(y, z) = x$ . Докажите, что  $x = y = z$ .

**4.** Пусть  $a, b, c$  — такие натуральные числа, что  $\text{НОК}(a, b, c) = a + b + c$ . Докажите, что среди чисел  $a, b, c$  есть чётное число.

**5.** Натуральные числа  $m$  и  $n$  таковы, что  $\text{НОК}(m, n) + \text{НОД}(m, n) = m + n$ . Докажите, что одно из чисел  $m$  или  $n$  делится на другое.

**6.** Для натуральных чисел  $a$  и  $b$  выполняется неравенство

$$a \cdot \text{НОД}(a, b) + b \cdot \text{НОК}(a, b) < 2,5ab.$$

Докажите, что  $a$  делится на  $b$ .

**7.** Взяли четыре натуральных числа. Для каждой пары этих чисел выписали их наибольший общий делитель. Получились шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5,  $n$ , где  $n > 5$ . Какое наименьшее значение может принимать число  $n$ ?

**8-2. НОД и НОК. 16 января**

**Обозначение.** Как всегда,  $(a, b)$  обозначает наибольший общий делитель чисел  $a$  и  $b$ , а  $[a, b]$  — их наименьшее общее кратное.

**1.** Пусть  $a$  и  $b$  — натуральные числа. Докажите, что  $(a, b) = a$  тогда и только тогда, когда  $b : a$ . Сформулируйте и докажите аналогичное утверждение для НОК.

**2.** Докажите, что для любых двух натуральных чисел  $a$  и  $b$  выполняется неравенство  $a(a, b) + b[a, b] \geq 2ab$ .

**3.** Натуральные числа  $x, y, z$  таковы, что  $\text{НОД}(x, y) = z$  и  $\text{НОК}(y, z) = x$ . Докажите, что  $x = y = z$ .

**4.** Пусть  $a, b, c$  — такие натуральные числа, что  $\text{НОК}(a, b, c) = a + b + c$ . Докажите, что среди чисел  $a, b, c$  есть чётное число.

**5.** Натуральные числа  $m$  и  $n$  таковы, что  $\text{НОК}(m, n) + \text{НОД}(m, n) = m + n$ . Докажите, что одно из чисел  $m$  или  $n$  делится на другое.

**6.** Для натуральных чисел  $a$  и  $b$  выполняется неравенство

$$a \cdot \text{НОД}(a, b) + b \cdot \text{НОК}(a, b) < 2,5ab.$$

Докажите, что  $a$  делится на  $b$ .

**7.** Взяли четыре натуральных числа. Для каждой пары этих чисел выписали их наибольший общий делитель. Получились шесть чисел: 1, 2, 3, 4, 5,  $n$ , где  $n > 5$ . Какое наименьшее значение может принимать число  $n$ ?