

## 2. Разной по геометрии. 5 июня

1. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведена высота  $CD$ . Оказалось, что  $AD = BC$ . Точка  $L$  — проекция точки  $D$  на высоту треугольника  $ABC$ , проведенную из вершины  $A$ . Докажите, что точка  $L$  лежит на биссектрисе угла  $B$ .

2. Отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ , причем  $AB = CD$  и  $\angle ACD = 90^\circ$ . Докажите, что  $MD \geq MA$ .

3. Три прямые пересекаются под углами  $60^\circ$  в одной точке  $P$ . Из точки  $O$ , не лежащей на прямых, на них опущены перпендикуляры  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  правильный.

4. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  выполнено  $\angle A + \angle D = 120^\circ$ ,  $AB = BC = CD$ . Докажите, что точка пересечения диагоналей равноудалена от вершин  $A$  и  $D$ .

5. Одна из диагоналей вписанного в окружность четырехугольника является диаметром. Докажите, что проекции противоположных сторон на другую диагональ равны.

6. Точка  $M$  — середина стороны  $CD$  четырехугольника  $ABCD$ ,  $AB = 3$ ,  $CD = 2$ ,  $\angle AMB = 120^\circ$ . Какое наименьшее значение может принимать периметр четырехугольника  $ABCD$ ?

7. Внутри остроугольного треугольника  $ABC$  отмечена точка  $T$  такая, что  $\angle ATB = \angle BTC = \angle CTA = 120^\circ$ . Лучи  $AT$  и  $BT$  пересекают стороны  $BC$  и  $CA$  в точках  $D$  и  $E$  соответственно. Докажите, что если  $4DE = BC + CA$ , то треугольник  $ABC$  равносторонний.

## 2. Разной по геометрии. 5 июня

1. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведена высота  $CD$ . Оказалось, что  $AD = BC$ . Точка  $L$  — проекция точки  $D$  на высоту треугольника  $ABC$ , проведенную из вершины  $A$ . Докажите, что точка  $L$  лежит на биссектрисе угла  $B$ .

2. Отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ , причем  $AB = CD$  и  $\angle ACD = 90^\circ$ . Докажите, что  $MD \geq MA$ .

3. Три прямые пересекаются под углами  $60^\circ$  в одной точке  $P$ . Из точки  $O$ , не лежащей на прямых, на них опущены перпендикуляры  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ . Докажите, что треугольник  $ABC$  правильный.

4. В выпуклом четырехугольнике  $ABCD$  выполнено  $\angle A + \angle D = 120^\circ$ ,  $AB = BC = CD$ . Докажите, что точка пересечения диагоналей равноудалена от вершин  $A$  и  $D$ .

5. Одна из диагоналей вписанного в окружность четырехугольника является диаметром. Докажите, что проекции противоположных сторон на другую диагональ равны.

6. Точка  $M$  — середина стороны  $CD$  четырехугольника  $ABCD$ ,  $AB = 3$ ,  $CD = 2$ ,  $\angle AMB = 120^\circ$ . Какое наименьшее значение может принимать периметр четырехугольника  $ABCD$ ?

7. Внутри остроугольного треугольника  $ABC$  отмечена точка  $T$  такая, что  $\angle ATB = \angle BTC = \angle CTA = 120^\circ$ . Лучи  $AT$  и  $BT$  пересекают стороны  $BC$  и  $CA$  в точках  $D$  и  $E$  соответственно. Докажите, что если  $4DE = BC + CA$ , то треугольник  $ABC$  равносторонний.