

7. Игры. 7 июня

1. Дана клетчатая доска размера 21×21 . В каждой клетке 2-ой строки стоит по одной белой фишке, а в каждой клетке 20-ой строки — по одной черной. Двое играют в следующую игру: первый ходит белыми фишками, а второй — черными. За один ход можно передвинуть фишку в столбце на любое количество клеток вверх или вниз так, чтобы фишка не вышла за пределы доски, и не перепрыгнула через фишку соперника. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Может ли кто-то из игроков гарантировать себе победу, и если да, то кто? (Начинает первый игрок, а далее ходят по очереди.)

2. В куче 2020 камней. За один ход можно выбрать любое количество куч, и каждую из них разделить на какие-то две. Кто не может сделать ход, проиграл. Кто выигрывает, и как он должен играть?

3. За круглым столом сидит 16 человек. Двое играют в такую игру: за один ход можно любых двух, сидящих на соседних стульях, поменять местами. Запрещено получать рассадку, которая уже встречалась. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто выиграет при правильной игре?

4. Имеется n мешков, пронумерованных числами от 1 до n , в каждом из которых сидит по 200 лягушек. Два игрока играют в следующую игру: каждый игрок своим ходом выбирает один из мешков и вынимает из него несколько лягушек. При этом, если в данном мешке осталось $x \geq 0$ лягушек, то из мешков с большими номерами, в которых сидело больше, чем x лягушек, несколько лягушек убегает так, что там остается ровно по x лягушек. Проигрывает игрок, взявший последнюю лягушку из мешка номер 1. Кто выигрывает при правильной игре?

5. На столе лежит куча из 1000 камней. Петя и Вася играют в следующую игру: они ходят по очереди, начинает Петя. Своим ходом каждый из игроков может взять из кучи на столе от 1 до 5 камней. Также в течение игры игроки могут делать исключительные ходы: брать 6 камней. Но это разрешается делать не более 10 раз в сумме для обоих игроков. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из мальчиков имеет выигрышную стратегию?

7. Игры. 7 июня

1. Дана клетчатая доска размера 21×21 . В каждой клетке 2-ой строки стоит по одной белой фишке, а в каждой клетке 20-ой строки — по одной черной. Двое играют в следующую игру: первый ходит белыми фишками, а второй — черными. За один ход можно передвинуть фишку в столбце на любое количество клеток вверх или вниз так, чтобы фишка не вышла за пределы доски, и не перепрыгнула через фишку соперника. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Может ли кто-то из игроков гарантировать себе победу, и если да, то кто? (Начинает первый игрок, а далее ходят по очереди.)

2. В куче 2020 камней. За один ход можно выбрать любое количество куч, и каждую из них разделить на какие-то две. Кто не может сделать ход, проиграл. Кто выигрывает, и как он должен играть?

3. За круглым столом сидит 16 человек. Двое играют в такую игру: за один ход можно любых двух, сидящих на соседних стульях, поменять местами. Запрещено получать рассадку, которая уже встречалась. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто выиграет при правильной игре?

4. Имеется n мешков, пронумерованных числами от 1 до n , в каждом из которых сидит по 200 лягушек. Два игрока играют в следующую игру: каждый игрок своим ходом выбирает один из мешков и вынимает из него несколько лягушек. При этом, если в данном мешке осталось $x \geq 0$ лягушек, то из мешков с большими номерами, в которых сидело больше, чем x лягушек, несколько лягушек убегает так, что там остается ровно по x лягушек. Проигрывает игрок, взявший последнюю лягушку из мешка номер 1. Кто выигрывает при правильной игре?

5. На столе лежит куча из 1000 камней. Петя и Вася играют в следующую игру: они ходят по очереди, начинает Петя. Своим ходом каждый из игроков может взять из кучи на столе от 1 до 5 камней. Также в течение игры игроки могут делать исключительные ходы: брать 6 камней. Но это разрешается делать не более 10 раз в сумме для обоих игроков. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из мальчиков имеет выигрышную стратегию?

6. Сестры Даша и Маша играют в игру на изначально пустом поле 2020×2020 . Даша ходит первой и каждым своим ходом ставит коня на незакрашенную клетку так, чтобы никакие два коня не били друг друга. Маша в свой ход закрашивает любую пустую клетку. Игра заканчивается, когда один из игроков не может сделать ход. Даша хочет поставить наибольшее число коней, а Маша стремится ей помешать. Какое число коней появится на доске при правильной игре обеих сестер?

7. Дан ориентированный граф. Ёкодзуны Таканохана и Мусасимару положили по камню в вершины А и В и ходят по очереди. Своим ходом ёкодзуна может перенести свой камень по стрелке или не делать ничего. При этом не запрещено ставить камень в вершину, где стоит камень соперника. После того, как камень перенесли по стрелке, стрелка разворачивается. В исходном графе Таканохана может переместить свой камень в В. Докажите, что он гарантированно сможет это сделать и в случае, когда Мусасимару пытается ему помешать (вне зависимости от того, кто ходит первым).

6. Сестры Даша и Маша играют в игру на изначально пустом поле 2020×2020 . Даша ходит первой и каждым своим ходом ставит коня на незакрашенную клетку так, чтобы никакие два коня не били друг друга. Маша в свой ход закрашивает любую пустую клетку. Игра заканчивается, когда один из игроков не может сделать ход. Даша хочет поставить наибольшее число коней, а Маша стремится ей помешать. Какое число коней появится на доске при правильной игре обеих сестер?

7. Дан ориентированный граф. Ёкодзуны Таканохана и Мусасимару положили по камню в вершины А и В и ходят по очереди. Своим ходом ёкодзуна может перенести свой камень по стрелке или не делать ничего. При этом не запрещено ставить камень в вершину, где стоит камень соперника. После того, как камень перенесли по стрелке, стрелка разворачивается. В исходном графе Таканохана может переместить свой камень в В. Докажите, что он гарантированно сможет это сделать и в случае, когда Мусасимару пытается ему помешать (вне зависимости от того, кто ходит первым).