9. Составные числа–1. 8 июля

1. Докажите, что существует бесконечно много составных чисел вида a) 10^n+3; b) $(4^n+1)^2+4$.

2. Докажите, что для бесконечно многих n число $n^n+(n+1)^{n+1}$ составное.

3. Докажите, что существует бесконечно много натуральных n для которых каждое из чисел 2^n+3^n-4 и 2^n+3^n-6 составное.

4. Докажите, что для *каждого* натурального n следующие числа составные: a) $11\cdot 14^n+1$; b) $19\cdot 8^n+17$; c) $\frac{1}{3}\cdot(2^{2^{n+1}}+2^{2^n}+1)$.

5. Пусть m – натуральное число. Докажите, что найдётся натуральное число $n>m$ такое, что каждое из чисел 2^n-m, $2^n-(m-1)$, $\ldots$, 2^n+m — составное.

6. Дано натуральное число a. Докажите, что найдётся бесконечно много таких натуральных чисел b, что числа a и b являются взаимно простыми, а число $a+b^2$ — составное.

7. a) Найдите хотя бы одно натуральное $n \not\vdots\, 41$, для которого число n^2+n+41 — составное;
b) Пусть $P(x)$ — произвольный квадратный трёхчлен с целыми коэффициентами. Докажите, что существует натуральное n, для которого $P(n)$ — составное.

«Сириус», Эйлеровская математическая программа, Э2

9. Составные числа–1. 8 июля

1. Докажите, что существует бесконечно много составных чисел вида a) 10^n+3; b) $(4^n+1)^2+4$.

2. Докажите, что для бесконечно многих n число $n^n+(n+1)^{n+1}$ составное.

3. Докажите, что существует бесконечно много натуральных n для которых каждое из чисел 2^n+3^n-4 и 2^n+3^n-6 составное.

4. Докажите, что для *каждого* натурального n следующие числа составные: a) $11\cdot 14^n+1$; b) $19\cdot 8^n+17$; c) $\frac{1}{3}\cdot(2^{2^{n+1}}+2^{2^n}+1)$.

5. Пусть m – натуральное число. Докажите, что найдётся натуральное число $n>m$ такое, что каждое из чисел 2^n-m, $2^n-(m-1)$, $\ldots$, 2^n+m — составное.

6. Дано натуральное число a. Докажите, что найдётся бесконечно много таких натуральных чисел b, что числа a и b являются взаимно простыми, а число $a+b^2$ — составное.

7. a) Найдите хотя бы одно натуральное $n \not\vdots\, 41$, для которого число n^2+n+41 — составное;
b) Пусть $P(x)$ — произвольный квадратный трёхчлен с целыми коэффициентами. Докажите, что существует натуральное n, для которого $P(n)$ — составное.