

13. Графы. 12 июня

0. В стране между любыми двумя городами есть односторонний авиарейс. Докажите, что можно выбрать столицу так, что бы из неё можно было добраться в любой другой город не более чем с одной пересадкой.

1. В Сириусе 50 школьников, среди любых четырёх есть тот, кто знаком с тремя другими. Докажите, что найдется школьник, знакомый со всеми.

2. Среди 49 школьников каждый знаком не менее чем с 25 другими. Докажите, что можно их расселить по двухместным и трёхместным комнатам так, чтобы каждый был знаком со всеми в своей комнате.

3. Если в графе хотя бы $2k$ вершин и степень каждой вершины хотя бы k , то в нем найдутся k попарно не смежных ребер.

4. В Сириус на смену приехали 80 детей. Известно, что среди любых 40 из них есть школьник, знакомый с остальными 39. Докажите, что можно найти 42 школьника, любые двое из которых знакомы между собой.

5. В стране 1000 городов, некоторые из них связаны дорогами, причем из любого города в любой другой можно проехать по дорогам. Для какого наименьшего k верно следующее утверждение: в любой такой стране можно назначить столицами некоторые k городов так, что любой не столичный город будет соединен дорогой хотя бы с одним столичным?

6. В стране 20 городов, причем между любыми двумя городами проложена дорога. Министерство путей сообщения может закрыть на ремонт любую дорогу из четырех, образующих циклический маршрут. Может ли после нескольких таких операций остаться только 19 дорог?

7. Каждый из 49 восьмиклассников знаком ровно с 24 из остальных. Каждый из них высказал пожелание по расселению: некоторые сказали, что они хотят жить с кем-то из своих знакомы, а остальные — что они хотят жить с кем-то из не знакомых. Докажите, что можно выгнать одного из восьмиклассников, а остальных расселить по двухместным комнатам так, что в каждой комнате хотя бы у одного из участников желание будет удовлетворено.

13. Графы. 12 июня

0. В стране между любыми двумя городами есть односторонний авиарейс. Докажите, что можно выбрать столицу так, что бы из неё можно было добраться в любой другой город не более чем с одной пересадкой.

1. В Сириусе 50 школьников, среди любых четырёх есть тот, кто знаком с тремя другими. Докажите, что найдется школьник, знакомый со всеми.

2. Среди 49 школьников каждый знаком не менее чем с 25 другими. Докажите, что можно их расселить по двухместным и трёхместным комнатам так, чтобы каждый был знаком со всеми в своей комнате.

3. Если в графе хотя бы $2k$ вершин и степень каждой вершины хотя бы k , то в нем найдутся k попарно не смежных ребер.

4. В Сириус на смену приехали 80 детей. Известно, что среди любых 40 из них есть школьник, знакомый с остальными 39. Докажите, что можно найти 42 школьника, любые двое из которых знакомы между собой.

5. В стране 1000 городов, некоторые из них связаны дорогами, причем из любого города в любой другой можно проехать по дорогам. Для какого наименьшего k верно следующее утверждение: в любой такой стране можно назначить столицами некоторые k городов так, что любой не столичный город будет соединен дорогой хотя бы с одним столичным?

6. В стране 20 городов, причем между любыми двумя городами проложена дорога. Министерство путей сообщения может закрыть на ремонт любую дорогу из четырех, образующих циклический маршрут. Может ли после нескольких таких операций остаться только 19 дорог?

7. Каждый из 49 восьмиклассников знаком ровно с 24 из остальных. Каждый из них высказал пожелание по расселению: некоторые сказали, что они хотят жить с кем-то из своих знакомы, а остальные — что они хотят жить с кем-то из не знакомых. Докажите, что можно выгнать одного из восьмиклассников, а остальных расселить по двухместным комнатам так, что в каждой комнате хотя бы у одного из участников желание будет удовлетворено.