

**14. Клетки. 12 июня**

**1.** На шахматной доске отмечено несколько клеток таким образом, что если на них поставить коней, то каждый конь будет бить не менее трёх других коней. Докажите, что если на отмеченные клетки поставить королей, то какой-то из них будет бить другого.

**2.** Из прямоугольника на клетчатой бумаге можно вырезать (по клеточкам) 360 квадратов  $2 \times 2$ . Докажите, что из него можно вырезать 200 прямоугольников  $1 \times 7$ .

**3.** Квадрат  $2015 \times 2015$  разбит на единичные квадратики. Все вершины этих квадратиков разбиты на пары, и точки каждой пары соединены отрезком длины 1. Докажите, что можно провести прямую, пересекающую не менее 1008 из этих отрезков во внутренних точках. Прямую, проходящую по линиям сетки проводить запрещается.

**4.** Клетчатый квадрат  $2111 \times 2111$  разбит на прямоугольники  $2 \times 4$  и  $1 \times 3$  (прямоугольники можно поворачивать). Докажите, что найдется строка исходного квадрата, пересекающая нечётное количество прямоугольников разбиения.

**5.** Можно ли доску  $150 \times 150$  покрыть непересекающимися доминошками так, чтобы в каждой строке и каждом столбце осталось ровно по одной пустой клетке?

**6.** В таблице  $20 \times 20$  отмечено 180 клеток таким образом, что никакие четыре из них не образуют квадрат  $2 \times 2$ . Докажите, что можно отметить еще одну клетку с сохранением этого условия.

**7.** Квадрат можно разрезать на квадратики  $3 \times 3$  и квадратики  $4 \times 4$ . Докажите, что его можно разрезать только на квадратики  $3 \times 3$  или только квадратики  $4 \times 4$ .

**14. Клетки. 12 июня**

**1.** На шахматной доске отмечено несколько клеток таким образом, что если на них поставить коней, то каждый конь будет бить не менее трёх других коней. Докажите, что если на отмеченные клетки поставить королей, то какой-то из них будет бить другого.

**2.** Из прямоугольника на клетчатой бумаге можно вырезать (по клеточкам) 360 квадратов  $2 \times 2$ . Докажите, что из него можно вырезать 200 прямоугольников  $1 \times 7$ .

**3.** Квадрат  $2015 \times 2015$  разбит на единичные квадратики. Все вершины этих квадратиков разбиты на пары, и точки каждой пары соединены отрезком длины 1. Докажите, что можно провести прямую, пересекающую не менее 1008 из этих отрезков во внутренних точках. Прямую, проходящую по линиям сетки проводить запрещается.

**4.** Клетчатый квадрат  $2111 \times 2111$  разбит на прямоугольники  $2 \times 4$  и  $1 \times 3$  (прямоугольники можно поворачивать). Докажите, что найдется строка исходного квадрата, пересекающая нечётное количество прямоугольников разбиения.

**5.** Можно ли доску  $150 \times 150$  покрыть непересекающимися доминошками так, чтобы в каждой строке и каждом столбце осталось ровно по одной пустой клетке?

**6.** В таблице  $20 \times 20$  отмечено 180 клеток таким образом, что никакие четыре из них не образуют квадрат  $2 \times 2$ . Докажите, что можно отметить еще одну клетку с сохранением этого условия.

**7.** Квадрат можно разрезать на квадратики  $3 \times 3$  и квадратики  $4 \times 4$ . Докажите, что его можно разрезать только на квадратики  $3 \times 3$  или только квадратики  $4 \times 4$ .