

17. Разнобой–1. 14 июня

1. В единичном квадрате выбрано 100 множеств, площадь каждого из которых больше, чем 0,99. Докажите, что найдется точка, которая принадлежит всем этим множествам.

2. Галия и Далия нарисовали по доске 100×100 каждая и расставляют в них числа от 1 до 100^2 подряд. Галия идет по строкам сверху вниз, а в строке — слева направо, а Далия — наоборот, идет по столбцам слева направо, а в столбце — сверху вниз. Галия посмотрела на получившиеся таблички и задумалась: как ей получить из одной таблички другую, если она хочет за один ход или вычитать из каждой клетки какой-то строки или столбца 1, или наборот — прибавлять. Помогите Талие.

3. Тройку чисел a, b, c можно поменять на тройку $\frac{a+b}{2}, \sqrt{ab}, c$. Можно ли через несколько операций получить из тройки $2 - \sqrt{2}; 1; 2\sqrt{2} + 3$ тройку $\sqrt{2} - 1; 2; 3\sqrt{2} - 1$?

4. В стране 100 городов, из каждого города выходит хотя бы одна дорога. Докажите, что можно закрыть несколько дорог так, чтобы по-прежнему из каждого города выходило не менее одной дороги и при этом по крайней мере из 67 городов выходило ровно по одной дороге.

17. Разнобой–1. 14 июня

1. В единичном квадрате выбрано 100 множеств, площадь каждого из которых больше, чем 0,99. Докажите, что найдется точка, которая принадлежит всем этим множествам.

2. Галия и Далия нарисовали по доске 100×100 каждая и расставляют в них числа от 1 до 100^2 подряд. Галия идет по строкам сверху вниз, а в строке — слева направо, а Далия — наоборот, идет по столбцам слева направо, а в столбце — сверху вниз. Галия посмотрела на получившиеся таблички и задумалась: как ей получить из одной таблички другую, если она хочет за один ход или вычитать из каждой клетки какой-то строки или столбца 1, или наборот — прибавлять. Помогите Талие.

3. Тройку чисел a, b, c можно поменять на тройку $\frac{a+b}{2}, \sqrt{ab}, c$. Можно ли через несколько операций получить из тройки $2 - \sqrt{2}; 1; 2\sqrt{2} + 3$ тройку $\sqrt{2} - 1; 2; 3\sqrt{2} - 1$?

4. В стране 100 городов, из каждого города выходит хотя бы одна дорога. Докажите, что можно закрыть несколько дорог так, чтобы по-прежнему из каждого города выходило не менее одной дороги и при этом по крайней мере из 67 городов выходило ровно по одной дороге.