

18. [Бес]конечные процессы. 16 июня

1. Круг разделен на 1000 секторов, и в каждом лежит несколько эчпочмаков. К одному из секторов подходит маленький татарин. Каждым ходом он считает сколько эчпочмаков лежит в секторе рядом с ним, сдвигается на столько секторов по часовой стрелке и в тот сектор, рядом с которым он остановился, кладёт ещё один эчпочмак. Докажите, что через некоторое время в каждом секторе будет хотя бы миллион эчпочмаков.

2. Дана доска 100×100 , в одной из клеток которой лежит эчпочмак. В каждой клетке доски стоит стрелка, указывающая на одну из сторон клетки. За ход эчпочмак передвигается в клетку, куда указывает стрелка, а сама стрелка поворачивается на 90° против часовой стрелке. Докажите, что когда-нибудь эчпочмак окажется за пределами доски.

3. На сабантуй пришли несколько детей и принесли с собой $2m + 1$ эчпочмаков. Граф дружбы детей связан и в нём m рёбер. Раз в минуту один из детей, который может дать каждому из своих друзей по эчпочмаку, делает это. Докажите, что у каждого ребёнка рано или поздно побывает эчпочмак.

4. По кругу сидят 1994 татарочки. Изначально, у одной из них n эчпочмаков, у остальных эчпочмаков нет. За ход одна из татарочек с по меньшей мере двумя эчпочмаками передаёт по одному эчпочмаку каждой из двух соседок.

а) Докажите, что если $n = 1994$, то процесс не прекратится.

б) Докажите, что если $n < 1994$, то процесс прекратится.

5. На сабантуй пришли 20 детей, у каждого с собой было несколько эчпочмаков. Раз в минуту каждый ребёнок, у которого есть хотя бы 19 эчпочмаков, отдаёт по эчпочмаку каждому из остальных детей (при этом, возможна ситуация, когда ребёнок A одновременно получает и отдаёт эчпочмак ребёнку B). Известно, что этот процесс будет продолжаться бесконечно. Какое наименьшее количество эчпочмаков может быть у детей?



18. [Бес]конечные процессы. 16 июня

1. Круг разделен на 1000 секторов, и в каждом лежит несколько эчпочмаков. К одному из секторов подходит маленький татарин. Каждым ходом он считает сколько эчпочмаков лежит в секторе рядом с ним, сдвигается на столько секторов по часовой стрелке и в тот сектор, рядом с которым он остановился, кладёт ещё один эчпочмак. Докажите, что через некоторое время в каждом секторе будет хотя бы миллион эчпочмаков.

2. Дана доска 100×100 , в одной из клеток которой лежит эчпочмак. В каждой клетке доски стоит стрелка, указывающая на одну из сторон клетки. За ход эчпочмак передвигается в клетку, куда указывает стрелка, а сама стрелка поворачивается на 90° против часовой стрелке. Докажите, что когда-нибудь эчпочмак окажется за пределами доски.

3. На сабантуй пришли несколько детей и принесли с собой $2m + 1$ эчпочмаков. Граф дружбы детей связан и в нём m рёбер. Раз в минуту один из детей, который может дать каждому из своих друзей по эчпочмаку, делает это. Докажите, что у каждого ребёнка рано или поздно побывает эчпочмак.

4. По кругу сидят 1994 татарочки. Изначально, у одной из них n эчпочмаков, у остальных эчпочмаков нет. За ход одна из татарочек с по меньшей мере двумя эчпочмаками передаёт по одному эчпочмаку каждой из двух соседок.

а) Докажите, что если $n = 1994$, то процесс не прекратится.

б) Докажите, что если $n < 1994$, то процесс прекратится.

5. На сабантуй пришли 20 детей, у каждого с собой было несколько эчпочмаков. Раз в минуту каждый ребёнок, у которого есть хотя бы 19 эчпочмаков, отдаёт по эчпочмаку каждому из остальных детей (при этом, возможна ситуация, когда ребёнок A одновременно получает и отдаёт эчпочмак ребёнку B). Известно, что этот процесс будет продолжаться бесконечно. Какое наименьшее количество эчпочмаков может быть у детей?

