

19. Разнобой–2. 16 июня

1. Решите в целых числах уравнение $x^2 + x + 3 = y^2$.

2. Калькулятор имеет четыре кнопки: две желтые — «+2», «-2» и две красные — «×3», «/3» (последняя работает только если число на экране делится на три). Запрещается три раза подряд нажимать на желтые кнопки. Можно ли из числа 112^{211} получить число 212^{121} так, чтобы в ходе вычислений никакое число не появилось бы на экране дважды?

3. На симпозиуме каждый делегат знаком хотя бы с одним из остальных участников, но при этом для любых двух делегатов найдется третий, не знакомый ни с одним из них. Докажите, что всех делегатов можно разбить на три непустые группы так, чтобы каждый участник симпозиума был знаком хотя бы с одним человеком из своей группы.

4. Докажите, что существует бесконечно много решений уравнения

$$x^2 + y^2 + 1 = 3xy$$

в целых числах.

19. Разнобой–2. 16 июня

1. Решите в целых числах уравнение $x^2 + x + 3 = y^2$.

2. Калькулятор имеет четыре кнопки: две желтые — «+2», «-2» и две красные — «×3», «/3» (последняя работает только если число на экране делится на три). Запрещается три раза подряд нажимать на желтые кнопки. Можно ли из числа 112^{211} получить число 212^{121} так, чтобы в ходе вычислений никакое число не появилось бы на экране дважды?

3. На симпозиуме каждый делегат знаком хотя бы с одним из остальных участников, но при этом для любых двух делегатов найдется третий, не знакомый ни с одним из них. Докажите, что всех делегатов можно разбить на три непустые группы так, чтобы каждый участник симпозиума был знаком хотя бы с одним человеком из своей группы.

4. Докажите, что существует бесконечно много решений уравнения

$$x^2 + y^2 + 1 = 3xy$$

в целых числах.