

28. Разнойбой–5. 22 июня

1. Числа от 0 99 записали подряд (слева направо по строкам и далее сверху вниз по столбцам) в таблицу 10×10 .

а) На доску поставили 10 небыющих друг друга ладей. Чему равна сумма чисел под ладьями?

б) Вася умножил половину чисел в таблице на -1 , так, что в каждой строке и в каждом столбце ровно половина чисел умножена на -1 . Чему равна сумма чисел в полученной таблице?

2. На доске написаны числа 4, 5, 6. Разрешается стереть два числа a и b и записать вместо них числа а) $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ и $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$; б) ab и $\frac{ab}{a+b-1}$. Можно ли за несколько таких операций получить числа 7, 8, 9?

3. В графе рёбер хотя бы в 9 раз больше чем вершин. Докажите, что в нём есть простой путь длины хотя бы 10.

4. Натуральные числа a , b и k таковы, что $a^2 + b^2 = k(ab + 1)$. Докажите, что k — точный квадрат.

28. Разнойбой–5. 22 июня

1. Числа от 0 99 записали подряд (слева направо по строкам и далее сверху вниз по столбцам) в таблицу 10×10 .

а) На доску поставили 10 небыющих друг друга ладей. Чему равна сумма чисел под ладьями?

б) Вася умножил половину чисел в таблице на -1 , так, что в каждой строке и в каждом столбце ровно половина чисел умножена на -1 . Чему равна сумма чисел в полученной таблице?

2. На доске написаны числа 4, 5, 6. Разрешается стереть два числа a и b и записать вместо них числа а) $\frac{a+b}{\sqrt{2}}$ и $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$; б) ab и $\frac{ab}{a+b-1}$. Можно ли за несколько таких операций получить числа 7, 8, 9?

3. В графе рёбер хотя бы в 9 раз больше чем вершин. Докажите, что в нём есть простой путь длины хотя бы 10.

4. Натуральные числа a , b и k таковы, что $a^2 + b^2 = k(ab + 1)$. Докажите, что k — точный квадрат.