

29. Диаметр, середина стороны и ортоцентр. 23 июня

Договорённость. В этом листочке ABC — некоторый треугольник; O — центр описанной окружности; H — ортоцентр; H_A, H_B, H_C — основания высот из A, B, C ; M_A, M_B, M_C — середины сторон BC, CA, AB .

1. Докажите, что прямые AO и M_AH пересекаются на описанной окружности треугольника ABC .

2. Пусть $E = H_BH_C \cap AH_A, AO \cap BC = K$. Докажите, что $KE \parallel M_AH$.

3. Описанные окружности треугольников ABC и AH_BH_C пересекаются в точке P . Докажите, что точки M_A, H и P лежат на одной прямой.

4. Отрезок AD — диаметр описанной окружности. Через H провели прямую, параллельную BC , которая пересекает стороны AB и AC в точках E и F соответственно. Докажите, что периметр треугольника DEF в два раза больше BC .

5. Прямая ℓ — касательная к окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC , проведённая в точке A , K — проекция H треугольника на прямую ℓ , Докажите, что треугольник AKM_A — равнобедренный.

6. Прямая, проходящая через точку H перпендикулярно отрезку M_AH , пересекает AB и AC в точках E и F . Докажите, что $HE = HF$.

7. L и M — основания высот из вершины A треугольника ABC на внутреннюю и внешнюю биссектрису угла ABC , P и Q — основания высот на эти же биссектрисы из ортоцентра H этого треугольника. Докажите, что прямые LM и PQ пересекаются на прямой AC .

29. Диаметр, середина стороны и ортоцентр. 23 июня

Договорённость. В этом листочке ABC — некоторый треугольник; O — центр описанной окружности; H — ортоцентр; H_A, H_B, H_C — основания высот из A, B, C ; M_A, M_B, M_C — середины сторон BC, CA, AB .

1. Докажите, что прямые AO и M_AH пересекаются на описанной окружности треугольника ABC .

2. Пусть $E = H_BH_C \cap AH_A, AO \cap BC = K$. Докажите, что $KE \parallel M_AH$.

3. Описанные окружности треугольников ABC и AH_BH_C пересекаются в точке P . Докажите, что точки M_A, H и P лежат на одной прямой.

4. Отрезок AD — диаметр описанной окружности. Через H провели прямую, параллельную BC , которая пересекает стороны AB и AC в точках E и F соответственно. Докажите, что периметр треугольника DEF в два раза больше BC .

5. Прямая ℓ — касательная к окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC , проведённая в точке A , K — проекция H треугольника на прямую ℓ , Докажите, что треугольник AKM_A — равнобедренный.

6. Прямая, проходящая через точку H перпендикулярно отрезку M_AH , пересекает AB и AC в точках E и F . Докажите, что $HE = HF$.

7. L и M — основания высот из вершины A треугольника ABC на внутреннюю и внешнюю биссектрису угла ABC , P и Q — основания высот на эти же биссектрисы из ортоцентра H этого треугольника. Докажите, что прямые LM и PQ пересекаются на прямой AC .