

20. Разной–2. 14 октября

1. В 120-квартирном доме живут 119 человек. Квартира называется *перенаселённой*, если в ней живут по крайней мере 15 человек. Каждый день жильцы одной из перенаселённых квартир ссорятся и разъезжаются по разным квартирам. Верно ли, что когда-нибудь переезды прекратятся?

2. На игрушечной кольцевой автостраде в некоторых местах стоят машинки. В какой-то момент времени они все начинают ехать с одинаковой скоростью, часть — по часовой стрелке, часть — против. Если две машинки оказываются в одной точке, то каждая из них резко разворачивается и начинает ехать с той же скоростью, но в противоположном направлении. Ни в какой момент времени не встречаются более двух машинок. Докажите, что через некоторое время каждая машинка окажется на том месте, откуда стартовала.

3. На плоскости расположены n окружностей одинакового радиуса, никакие две из которых не касаются, а их объединение есть связная фигура. Пусть S — множество точек, которые принадлежат хотя бы двум окружностям. Докажите, что $|S| \geq n$.

4. В ячейке с номером 1 лежит 2021 элеш. За один ход можно переместить элеш из ячейки с номером k в ячейку с номером $k + 1$, если в ячейке с номером k элешей хотя бы на 2 больше, чем в ячейке с номером $k + 1$. Процесс заканчивается когда нельзя сходить. Как в этот момент могут быть распределены элешки?

20. Разной–2. 14 октября

1. В 120-квартирном доме живут 119 человек. Квартира называется *перенаселённой*, если в ней живут по крайней мере 15 человек. Каждый день жильцы одной из перенаселённых квартир ссорятся и разъезжаются по разным квартирам. Верно ли, что когда-нибудь переезды прекратятся?

2. На игрушечной кольцевой автостраде в некоторых местах стоят машинки. В какой-то момент времени они все начинают ехать с одинаковой скоростью, часть — по часовой стрелке, часть — против. Если две машинки оказываются в одной точке, то каждая из них резко разворачивается и начинает ехать с той же скоростью, но в противоположном направлении. Ни в какой момент времени не встречаются более двух машинок. Докажите, что через некоторое время каждая машинка окажется на том месте, откуда стартовала.

3. На плоскости расположены n окружностей одинакового радиуса, никакие две из которых не касаются, а их объединение есть связная фигура. Пусть S — множество точек, которые принадлежат хотя бы двум окружностям. Докажите, что $|S| \geq n$.

4. В ячейке с номером 1 лежит 2021 элеш. За один ход можно переместить элеш из ячейки с номером k в ячейку с номером $k + 1$, если в ячейке с номером k элешей хотя бы на 2 больше, чем в ячейке с номером $k + 1$. Процесс заканчивается когда нельзя сходить. Как в этот момент могут быть распределены элешки?