

Многочлены–3: дополнительные задачи. 4 января

8. Назовём многочлен $f(x)$ с целыми коэффициентами маленьким, если $|f(n)| \leq 1000^n$ при всех натуральных $n > 1000$. Конечно ли множество маленьких многочленов?

9. Среди многочленов $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ степени n нет равных и противоположных. При каких n может оказаться, что уравнение $|P(x)| = |Q(x)| = |R(x)|$ имеет $2n$ различных действительных решений?

10. Докажите, что существует константа $C > 2$, для которой верно следующее утверждение:

Пусть n — натуральное число, а $P(x)$ — приведённый многочлен n -ой степени с целыми коэффициентами, имеющий n различных вещественных корней. Предположим, что все эти корни больше единицы и отличны от двойки. Тогда произведение этих корней не меньше, чем C^n .

Многочлены–3: дополнительные задачи. 4 января

8. Назовём многочлен $f(x)$ с целыми коэффициентами маленьким, если $|f(n)| \leq 1000^n$ при всех натуральных $n > 1000$. Конечно ли множество маленьких многочленов?

9. Среди многочленов $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ степени n нет равных и противоположных. При каких n может оказаться, что уравнение $|P(x)| = |Q(x)| = |R(x)|$ имеет $2n$ различных действительных решений?

10. Докажите, что существует константа $C > 2$, для которой верно следующее утверждение:

Пусть n — натуральное число, а $P(x)$ — приведённый многочлен n -ой степени с целыми коэффициентами, имеющий n различных вещественных корней. Предположим, что все эти корни больше единицы и отличны от двойки. Тогда произведение этих корней не меньше, чем C^n .