

#### 4. Принцип крайнего–2. 15 января

**Мысль.** Если просят найти чего-то побольше/поменьше, то можно попробовать сразу взять ситуацию, в которой этого чего-то максимальное/минимальное.

**1.** Имеется 100 дискеток и 100 этикеток разных цветов. Докажите, что можно наклеить этикетки на дискетки так, что все «дубли» (=дискетка и этикетка одинаковых цветов) будут одного цвета.

**2.** В государстве некоторые города соединены двусторонними беспересадочными авиалиниями. Из каждого города выходит не более 10 авиалиний. Всего в государстве более 195 авиалиний. Докажите, что найдутся 11 авиалиний, никакие две из которых не имеют общих концов.

**3.** На плоскости есть 46 точек, никакие 4 из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что из них можно выбрать такие 10 точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой.

**4.** Есть  $n$  подмножеств  $A_1, \dots, A_n$  2020-элементного множества, в каждом  $\geq 4$  элементов. Пересечение любых двух множеств содержит  $\leq 2$  элементов. Докажите, что можно выбрать 24-х элементное подмножество, не содержащее ни одного  $A_i$ .

**5.** В графе степень каждой вершины не менее 10. Докажите, что в нём есть простой путь длины  $\geq 10$  (длина пути измеряется в рёбрах) и простой цикл длины  $\geq 11$ .

**6.** В компании из ста тысяч человек среди любых десяти есть трое попарно знакомых. Докажите, что можно выбрать восьмерых из них так, чтобы любой из оставшихся был знаком с кем-то из этих восьмерых.

**7.** У каждого из 30 людей было по одной шляпе. Однажды каждый передал шляпу кому-то из компании, не самому себе. Докажите, что найдётся группа из 10 человек, внутри которой шляпы не передавались.

#### 4. Принцип крайнего–2. 15 января

**Мысль.** Если просят найти чего-то побольше/поменьше, то можно попробовать сразу взять ситуацию, в которой этого чего-то максимальное/минимальное.

**1.** Имеется 100 дискеток и 100 этикеток разных цветов. Докажите, что можно наклеить этикетки на дискетки так, что все «дубли» (=дискетка и этикетка одинаковых цветов) будут одного цвета.

**2.** В государстве некоторые города соединены двусторонними беспересадочными авиалиниями. Из каждого города выходит не более 10 авиалиний. Всего в государстве более 195 авиалиний. Докажите, что найдутся 11 авиалиний, никакие две из которых не имеют общих концов.

**3.** На плоскости есть 46 точек, никакие 4 из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что из них можно выбрать такие 10 точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой.

**4.** Есть  $n$  подмножеств  $A_1, \dots, A_n$  2020-элементного множества, в каждом  $\geq 4$  элементов. Пересечение любых двух множеств содержит  $\leq 2$  элементов. Докажите, что можно выбрать 24-х элементное подмножество, не содержащее ни одного  $A_i$ .

**5.** В графе степень каждой вершины не менее 10. Докажите, что в нём есть простой путь длины  $\geq 10$  (длина пути измеряется в рёбрах) и простой цикл длины  $\geq 11$ .

**6.** В компании из ста тысяч человек среди любых десяти есть трое попарно знакомых. Докажите, что можно выбрать восьмерых из них так, чтобы любой из оставшихся был знаком с кем-то из этих восьмерых.

**7.** У каждого из 30 людей было по одной шляпе. Однажды каждый передал шляпу кому-то из компании, не самому себе. Докажите, что найдётся группа из 10 человек, внутри которой шляпы не передавались.