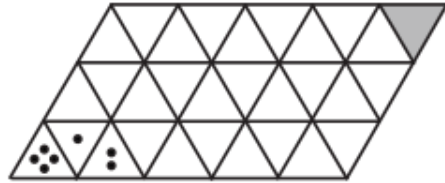


3. Дополнительные разбиения, классификации. 14 января

1. Можно ли числа от 1 до 2000 разбить на пары так, чтобы сумма чисел каждой пары делилась на 6?

2. В выпуклом 99-угольнике провели 100 диагоналей. Докажите, что какие-то две из них не пересекаются.

3. Имеется корзина в форме треугольной пирамиды. На каждой грани у корзины несколько выступов: 1, 2, 3 и 4. Сейчас корзина в левом нижнем углу поля, притом на земле находится грань с 4 выступами. Вы перекатали её через ребро так, что на земле оказалась грань с 1 выступом. Потом вы сделали так снова и на земле оказалась грань с 2 выступами (см. картинку). Вы продолжаете так перекатывать корзину пока она не достигнет противоположного угла поля. Сколько может быть выступов в этот момент на этой грани?



4. По кругу 15 стаканов, 1 стоит неправильно, остальные правильно. За ход можно перевернуть 5 стаканов подряд. Можно ли сделать неправильным ровно один стакан, соседний с начальным?

5. Какое наибольшее количество не делящихся на 4 натуральных чисел, меньших 850, можно выбрать таким образом, чтобы у любых двух выбранных чисел был общий делитель, больший 1?

6. Имеется доска 9×9 и король. Двое играют в игру. В начале первый игрок ставит короля на какую-то из клеток. Дальше они по очереди (начиная со второго) передвигают короля на одну из соседних с ним клеток. Ставить короля на клетку, где он уже был, запрещается. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?

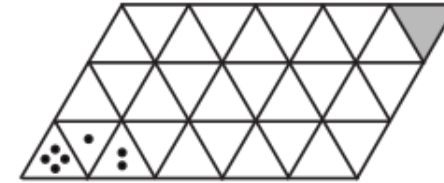
7. Дано 41 различное натуральное число, меньшее 1000. Известно, что среди любых трех из них есть два, дающих в произведении точный квадрат. Докажите, что среди этих чисел есть точный квадрат.

3. Дополнительные разбиения, классификации. 14 января

1. Можно ли числа от 1 до 2000 разбить на пары так, чтобы сумма чисел каждой пары делилась на 6?

2. В выпуклом 99-угольнике провели 100 диагоналей. Докажите, что какие-то две из них не пересекаются.

3. Имеется корзина в форме треугольной пирамиды. На каждой грани у корзины несколько выступов: 1, 2, 3 и 4. Сейчас корзина в левом нижнем углу поля, притом на земле находится грань с 4 выступами. Вы перекатали её через ребро так, что на земле оказалась грань с 1 выступом. Потом вы сделали так снова и на земле оказалась грань с 2 выступами (см. картинку). Вы продолжаете так перекатывать корзину пока она не достигнет противоположного угла поля. Сколько может быть выступов в этот момент на этой грани?



4. По кругу 15 стаканов, 1 стоит неправильно, остальные правильно. За ход можно перевернуть 5 стаканов подряд. Можно ли сделать неправильным ровно один стакан, соседний с начальным?

5. Какое наибольшее количество не делящихся на 4 натуральных чисел, меньших 850, можно выбрать таким образом, чтобы у любых двух выбранных чисел был общий делитель, больший 1?

6. Имеется доска 9×9 и король. Двое играют в игру. В начале первый игрок ставит короля на какую-то из клеток. Дальше они по очереди (начиная со второго) передвигают короля на одну из соседних с ним клеток. Ставить короля на клетку, где он уже был, запрещается. Кто не может сделать ход — проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?

7. Дано 41 различное натуральное число, меньшее 1000. Известно, что среди любых трех из них есть два, дающих в произведении точный квадрат. Докажите, что среди этих чисел есть точный квадрат.