

4. Принцип крайнего–2. 16 января

Мысль. Если просят найти чего-то побольше/поменьше, то можно попробовать сразу взять ситуацию, в которой этого чего-то максимальное/минимальное.

1. Имеется 100 дискеток и 100 этикеток разных цветов. Докажите, что можно наклеить этикетки на дискетки так, что все «дубли» (=дискетка и этикетка одинаковых цветов) будут одного цвета.

2. В государстве некоторые города соединены двусторонними беспересадочными авиалиниями. Из каждого города выходит не более 10 авиалиний. Всего в государстве более 195 авиалиний. Докажите, что найдутся 11 авиалиний, никакие две из которых не имеют общих концов.

3. На плоскости есть 46 точек, никакие 4 из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что из них можно выбрать такие 10 точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой.

4. Есть n подмножеств A_1, \dots, A_n 2020-элементного множества, в каждом ≥ 4 элементов. Пересечение любых двух множеств содержит ≤ 2 элементов. Докажите, что можно выбрать 24-х элементное подмножество, не содержащее ни одного A_i .

5. В графе степень каждой вершины не менее 10. Докажите, что в нём есть простой путь длины ≥ 10 (длина пути измеряется в рёбрах) и простой цикл длины ≥ 11 .

6. В компании из ста тысяч человек среди любых десяти есть трое попарно знакомых. Докажите, что можно выбрать восьмерых из них так, чтобы любой из оставшихся был знаком с кем-то из этих восьмерых.

7. У каждого из 30 людей было по одной шляпе. Однажды каждый передал шляпу кому-то из компании, не самому себе. Докажите, что найдётся группа из 10 человек, внутри которой шляпы не передавались.

4. Принцип крайнего–2. 16 января

Мысль. Если просят найти чего-то побольше/поменьше, то можно попробовать сразу взять ситуацию, в которой этого чего-то максимальное/минимальное.

1. Имеется 100 дискеток и 100 этикеток разных цветов. Докажите, что можно наклеить этикетки на дискетки так, что все «дубли» (=дискетка и этикетка одинаковых цветов) будут одного цвета.

2. В государстве некоторые города соединены двусторонними беспересадочными авиалиниями. Из каждого города выходит не более 10 авиалиний. Всего в государстве более 195 авиалиний. Докажите, что найдутся 11 авиалиний, никакие две из которых не имеют общих концов.

3. На плоскости есть 46 точек, никакие 4 из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что из них можно выбрать такие 10 точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой.

4. Есть n подмножеств A_1, \dots, A_n 2020-элементного множества, в каждом ≥ 4 элементов. Пересечение любых двух множеств содержит ≤ 2 элементов. Докажите, что можно выбрать 24-х элементное подмножество, не содержащее ни одного A_i .

5. В графе степень каждой вершины не менее 10. Докажите, что в нём есть простой путь длины ≥ 10 (длина пути измеряется в рёбрах) и простой цикл длины ≥ 11 .

6. В компании из ста тысяч человек среди любых десяти есть трое попарно знакомых. Докажите, что можно выбрать восьмерых из них так, чтобы любой из оставшихся был знаком с кем-то из этих восьмерых.

7. У каждого из 30 людей было по одной шляпе. Однажды каждый передал шляпу кому-то из компании, не самому себе. Докажите, что найдётся группа из 10 человек, внутри которой шляпы не передавались.