

9. Бесконечность. 4 октября

Комментарий. В следующих двух задачах очень легко начать рассуждать «по конечному». Хотелось бы, чтобы вы попробовали рассуждать «по бесконечному»: если бесконечное число объектов раскидано по конечному числу групп, то в какой-то группе бесконечное число объектов.

1. Круг разделен на 1000 секторов, и в каждом лежит несколько эчпочмаков. К одному из секторов подходит маленький татарин. Каждым ходом он считает сколько эчпочмаков лежит в секторе рядом с ним, сдвигается на столько секторов по часовой стрелке и в тот сектор, рядом с которым он остановился, кладёт ещё один эчпочмак. Докажите, что через некоторое время в каждом секторе будет хотя бы миллион эчпочмаков.

2. Дана доска 100×100 и эчпочмак на ней. В каждой клетке доски стоит стрелка. Каждую секунду эчпочмак передвигается в соседнюю клетку, куда указывает стрелка, а сама стрелка поворачивается на 90° против часовой стрелке. Докажите, что когда-нибудь эчпочмак упадёт.

3. Человечество бессмертно и начинает свою историю от Адама. Каждый человек живет не более 100 лет, у каждого лишь конечное число детей. Докажите, что найдется бесконечная цепочка, начинающаяся с Адама, в который каждый следующий человек — сын предыдущего.

4. Рёбра полного графа со счётным числом вершин покрашены в 2021 цвет. Докажите, что в нём можно выделить бесконечный индуцированный подграф, все рёбра которого одного цвета.

5. Все натуральные числа, записанные в десятичной системе счисления, разбиты на два класса. Докажите, что любую бесконечную десятичную дробь можно разрезать на такие конечные куски, что все они, кроме, быть может, первого, принадлежат одному классу.

9. Бесконечность. 4 октября

Комментарий. В следующих двух задачах очень легко начать рассуждать «по конечному». Хотелось бы, чтобы вы попробовали рассуждать «по бесконечному»: если бесконечное число объектов раскидано по конечному числу групп, то в какой-то группе бесконечное число объектов.

1. Круг разделен на 1000 секторов, и в каждом лежит несколько эчпочмаков. К одному из секторов подходит маленький татарин. Каждым ходом он считает сколько эчпочмаков лежит в секторе рядом с ним, сдвигается на столько секторов по часовой стрелке и в тот сектор, рядом с которым он остановился, кладёт ещё один эчпочмак. Докажите, что через некоторое время в каждом секторе будет хотя бы миллион эчпочмаков.

2. Дана доска 100×100 и эчпочмак на ней. В каждой клетке доски стоит стрелка. Каждую секунду эчпочмак передвигается в соседнюю клетку, куда указывает стрелка, а сама стрелка поворачивается на 90° против часовой стрелке. Докажите, что когда-нибудь эчпочмак упадёт.

3. Человечество бессмертно и начинает свою историю от Адама. Каждый человек живет не более 100 лет, у каждого лишь конечное число детей. Докажите, что найдется бесконечная цепочка, начинающаяся с Адама, в который каждый следующий человек — сын предыдущего.

4. Рёбра полного графа со счётным числом вершин покрашены в 2021 цвет. Докажите, что в нём можно выделить бесконечный индуцированный подграф, все рёбра которого одного цвета.

5. Все натуральные числа, записанные в десятичной системе счисления, разбиты на два класса. Докажите, что любую бесконечную десятичную дробь можно разрезать на такие конечные куски, что все они, кроме, быть может, первого, принадлежат одному классу.