12. Раздача эчпочмаков[1]. 5 октября

На сабантуй пришли n детей, граф дружбы которых связен и в нём m рёбер, у них с собой N эчпочмаков. Раз в минуту, один из детей, который может дать каждому из своих друзей по эчпочмаку, делает это.

1. Пусть $n = 20$, а граф дружбы — полный. Известно, что процесс раздачи может продолжаться бесконечно. Какое наименьшее количество эчпочмаков может быть у детей?

2. Пусть процесс продолжается бесконечно (например, так всегда будет при $N \geqslant 2m-n+1$). Докажите, что у каждого ребёнка рано или поздно побывает эчпочмак.

1.6. В какой-то момент процесс передачи прекратился. Докажите, что есть ребёнок, который ни разу не отдавал никому эчпочмаки.

3. Докажите, что если среди детей есть *поедатель*, т.е. человек, который эчпочмаки не раздаёт, а просто ест, то процесс передачи рано или поздно закончится.

4. Докажите, что если $N = m - 1$, то процесс передачи эчпочмаков рано или поздно закончится.

5. Докажите, что если хотя бы один процесс заканчивается, то количество раз, которое ребёнок будет раздавать эчпочмаки, не зависит от того, в каком порядке происходит передача. В частности, тогда любой процесс заканчивается.

6. Докажите, что если $N = m$, то возможна ситуация, когда процесс будет продолжаться бесконечно долго.

7. a) Петя и Вася — друзья. Докажите, что в любой момент времени количества раз, сколько Петя и сколько Вася раздавал эчпочмаки, отличаются не более чем на N.
b) Пусть процесс раздачи эчпочмаков закончился. Докажите, что было не более $2n^4$ раздач.

[1] Также известная как Chip-firing и Sandpile model

Октябрьская математическая программа, 11А «Сириус», октябрь 2022

12. Раздача эчпочмаков[1]. 5 октября

На сабантуй пришли n детей, граф дружбы которых связен и в нём m рёбер, у них с собой N эчпочмаков. Раз в минуту, один из детей, который может дать каждому из своих друзей по эчпочмаку, делает это.

1. Пусть $n = 20$, а граф дружбы — полный. Известно, что процесс раздачи может продолжаться бесконечно. Какое наименьшее количество эчпочмаков может быть у детей?

2. Пусть процесс продолжается бесконечно (например, так всегда будет при $N \geqslant 2m-n+1$). Докажите, что у каждого ребёнка рано или поздно побывает эчпочмак.

1.6. В какой-то момент процесс передачи прекратился. Докажите, что есть ребёнок, который ни разу не отдавал никому эчпочмаки.

3. Докажите, что если среди детей есть *поедатель*, т.е. человек, который эчпочмаки не раздаёт, а просто ест, то процесс передачи рано или поздно закончится.

4. Докажите, что если $N = m - 1$, то процесс передачи эчпочмаков рано или поздно закончится.

5. Докажите, что если хотя бы один процесс заканчивается, то количество раз, которое ребёнок будет раздавать эчпочмаки, не зависит от того, в каком порядке происходит передача. В частности, тогда любой процесс заканчивается.

6. Докажите, что если $N = m$, то возможна ситуация, когда процесс будет продолжаться бесконечно долго.

7. a) Петя и Вася — друзья. Докажите, что в любой момент времени количества раз, сколько Петя и сколько Вася раздавал эчпочмаки, отличаются не более чем на N.
b) Пусть процесс раздачи эчпочмаков закончился. Докажите, что было не более $2n^4$ раздач.

[1] Также известная как Chip-firing и Sandpile model