23. Меняем правила игры. 14 октября

Пример. На столе лежат 9 карточек с номерами от 1 до 9, каждый номер встречается по разу. Двое по очереди забирают себе по карточке со стола. Если в какой-то момент один из игроков собрал 3 карточки с суммой 15, то он победил. Иначе объявляется ничья. Есть ли у какого-нибудь из игроков выигрышная стратегия?

1. По шнуру длиной 1 м ползёт червяк со скоростью 1 см/мин. Раз в минуту мальчик Вася растягивает шнур так, что он становится на 1 м длиннее. Доползёт ли червяк до конца шнура?

2. В колонию из 1000 бактерий попал вирус. Каждую секунду каждый вирус уничтожает одну бактерию, после чего все бактерии и все вирусы делятся пополам. Докажите, что рано или поздно все бактерии будут уничтожены, и выясните, когда это произойдет.

3. На клетках $c3$ и $h7$ стоят белая и черная ладьи. Двое по очереди, начиная с белых, двигают ладью своего цвета на любое число клеток по горизонтали или вертикали. Запрещается ходить ладьей под бой другой ладьи и останавливаться на клетке, на которой эта ладья уже была ранее. Тот, кто не может сделать ход, проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?

4. Дан белый бумажный прямоугольный треугольник с углом $30°$ площади 2016. Медведь и Крокодил по очереди закрашивают в нём по треугольнику площади 1; закрашенные треугольники не должны иметь общих внутренних точек. Начинает Медведь. Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре?

5. Двое играющих по очереди передвигают каждый свою фишку на шахматной доске 100×100, каждым ходом — на соседнее по стороне поле. Первый выигрывает, если после его хода станут перпендикулярными отрезки, соединяющие центры занятых фишками клеток с центром доски. Докажите, что если вначале фишки стояли в противоположных углах доски, то первый может выиграть независимо от игры второго.

На другой стороне есть ещё задачи!

Октябрьская математическая программа, 11А «Сириус», октябрь 2022

23. Меняем правила игры. 14 октября

Пример. На столе лежат 9 карточек с номерами от 1 до 9, каждый номер встречается по разу. Двое по очереди забирают себе по карточке со стола. Если в какой-то момент один из игроков собрал 3 карточки с суммой 15, то он победил. Иначе объявляется ничья. Есть ли у какого-нибудь из игроков выигрышная стратегия?

1. По шнуру длиной 1 м ползёт червяк со скоростью 1 см/мин. Раз в минуту мальчик Вася растягивает шнур так, что он становится на 1 м длиннее. Доползёт ли червяк до конца шнура?

2. В колонию из 1000 бактерий попал вирус. Каждую секунду каждый вирус уничтожает одну бактерию, после чего все бактерии и все вирусы делятся пополам. Докажите, что рано или поздно все бактерии будут уничтожены, и выясните, когда это произойдет.

3. На клетках $c3$ и $h7$ стоят белая и черная ладьи. Двое по очереди, начиная с белых, двигают ладью своего цвета на любое число клеток по горизонтали или вертикали. Запрещается ходить ладьей под бой другой ладьи и останавливаться на клетке, на которой эта ладья уже была ранее. Тот, кто не может сделать ход, проиграл. Кто выигрывает при правильной игре?

4. Дан белый бумажный прямоугольный треугольник с углом $30°$ площади 2016. Медведь и Крокодил по очереди закрашивают в нём по треугольнику площади 1; закрашенные треугольники не должны иметь общих внутренних точек. Начинает Медведь. Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре?

5. Двое играющих по очереди передвигают каждый свою фишку на шахматной доске 100×100, каждым ходом — на соседнее по стороне поле. Первый выигрывает, если после его хода станут перпендикулярными отрезки, соединяющие центры занятых фишками клеток с центром доски. Докажите, что если вначале фишки стояли в противоположных углах доски, то первый может выиграть независимо от игры второго.

На другой стороне есть ещё задачи!

6. Имеется доска 100×100. В некоторых узлах этой доски сидит по муравью. В какой-то момент все они начинают ползти со скоростью 1, параллельно одному из краёв доски. Если два муравья, движущиеся в противоположных направлениях, сталкиваются, они оба поворачивают на 90° по часовой стрелке и продолжают ползти. Если сталкиваются больше чем два муравья, или если сталкиваются муравьи, ползущие в перпендикулярных направлениях, они не меняются своих направлений. Если муравей должет выползти за край доски, то он с неё падает. Через сколько минут на доске не останется ни одного муравья?

7. Клара разложила в ряд n карточек, на которых написаны числа от 1 до n. Пара карточек образует *инверсию*, если карточка с большим из двух номеров лежит левее карточки с меньшим номером. Карл берёт со стола карточку с числом 1, считает, сколько карточек было слева от неё, и вставляет её в ряд так, чтобы теперь столько карточек стало от неё справа. Дальше он проделывает это по очереди с карточками 2, 3, $\ldots$, n. Докажите, что после действий Карла количество инверсий не изменится.

6. Имеется доска 100×100. В некоторых узлах этой доски сидит по муравью. В какой-то момент все они начинают ползти со скоростью 1, параллельно одному из краёв доски. Если два муравья, движущиеся в противоположных направлениях, сталкиваются, они оба поворачивают на 90° по часовой стрелке и продолжают ползти. Если сталкиваются больше чем два муравья, или если сталкиваются муравьи, ползущие в перпендикулярных направлениях, они не меняются своих направлений. Если муравей должет выползти за край доски, то он с неё падает. Через сколько минут на доске не останется ни одного муравья?

7. Клара разложила в ряд n карточек, на которых написаны числа от 1 до n. Пара карточек образует *инверсию*, если карточка с большим из двух номеров лежит левее карточки с меньшим номером. Карл берёт со стола карточку с числом 1, считает, сколько карточек было слева от неё, и вставляет её в ряд так, чтобы теперь столько карточек стало от неё справа. Дальше он проделывает это по очереди с карточками 2, 3, $\ldots$, n. Докажите, что после действий Карла количество инверсий не изменится.