

**26. Большие и маленькие. 20 октября**

**12.7.** а) Петя и Вася — друзья. Докажите, что в любой момент времени количества раз, сколько Петя и сколько Вася раздавал эпочмаки, отличаются не более чем на  $N$ .

**18.4.** В таблице 9 строк и 2013 столбцов. В ее клетках расставлены числа от 1 до 2013, каждое по 9 раз. При этом в любом столбце числа различаются не более чем на 3. Найдите минимальную возможную сумму чисел в первой строке.

**1.** Петя выписал на доске делители числа  $30^{2021}$ . После чего Вася разбил делители на пары отличающиеся домножением на простое число. Сколько могло оказаться пар, наименьший делитель которых содержит 20 простых делителей?

**2.** Квадрат с целой стороной разрезан на одинаковые прямоугольники с целыми сторонами. Обозначим  $F$  объединение прямоугольников, которые пересекает диагональ квадрата (даже по точке). Докажите, что диагональ делит  $F$  на две равновеликие части.

**3.** 2016 мальчиков выбирают животных. Каждый мальчик выбирает ровно двух животных: одну собаку и одну кошку. Оказалось, что для любого натурального числа  $k$ ,  $1 \leq k \leq 80$ , найдется животное (собака или кошка), которое выбрали ровно  $k$  мальчиков. Докажите, что какие-то два мальчика выбрали одних и тех же животных.

**4.** В английском городе 1000 джентльменов, зарегистрированные в Реестре под номерами от 1 до 1000. Любые 720 из них образуют клуб. Мэр хочет обложить каждый клуб налогом, который выплачивается всеми участниками клуба в равных долях (налог — произвольное неотрицательное вещественное число). При этом суммарный налог, выплачиваемый джентльменом, не должен превосходить его номера в реестре. Какой наибольший налог может собрать мэр?

**5.** Шеренга состоит из  $N$  ребят попарно различного роста. Ее разбили на наименьшее возможное количество групп стоящих подряд ребят, в каждой из которых ребята стоят по возрастанию роста слева направо (возможны группы из одного человека). Потом в каждой группе переставили ребят по убыванию роста слева направо. Докажите, что после  $N - 1$  такой операции ребята будут стоять по убыванию роста слева направо.

**26. Большие и маленькие. 20 октября**

**12.7.** а) Петя и Вася — друзья. Докажите, что в любой момент времени количества раз, сколько Петя и сколько Вася раздавал эпочмаки, отличаются не более чем на  $N$ .

**18.4.** В таблице 9 строк и 2013 столбцов. В ее клетках расставлены числа от 1 до 2013, каждое по 9 раз. При этом в любом столбце числа различаются не более чем на 3. Найдите минимальную возможную сумму чисел в первой строке.

**1.** Петя выписал на доске делители числа  $30^{2021}$ . После чего Вася разбил делители на пары отличающиеся домножением на простое число. Сколько могло оказаться пар, наименьший делитель которых содержит 20 простых делителей?

**2.** Квадрат с целой стороной разрезан на одинаковые прямоугольники с целыми сторонами. Обозначим  $F$  объединение прямоугольников, которые пересекает диагональ квадрата (даже по точке). Докажите, что диагональ делит  $F$  на две равновеликие части.

**3.** 2016 мальчиков выбирают животных. Каждый мальчик выбирает ровно двух животных: одну собаку и одну кошку. Оказалось, что для любого натурального числа  $k$ ,  $1 \leq k \leq 80$ , найдется животное (собака или кошка), которое выбрали ровно  $k$  мальчиков. Докажите, что какие-то два мальчика выбрали одних и тех же животных.

**4.** В английском городе 1000 джентльменов, зарегистрированные в Реестре под номерами от 1 до 1000. Любые 720 из них образуют клуб. Мэр хочет обложить каждый клуб налогом, который выплачивается всеми участниками клуба в равных долях (налог — произвольное неотрицательное вещественное число). При этом суммарный налог, выплачиваемый джентльменом, не должен превосходить его номера в реестре. Какой наибольший налог может собрать мэр?

**5.** Шеренга состоит из  $N$  ребят попарно различного роста. Ее разбили на наименьшее возможное количество групп стоящих подряд ребят, в каждой из которых ребята стоят по возрастанию роста слева направо (возможны группы из одного человека). Потом в каждой группе переставили ребят по убыванию роста слева направо. Докажите, что после  $N - 1$  такой операции ребята будут стоять по убыванию роста слева направо.