

Разнойбой–1. 5 июня

1. Сколько остроугольных треугольников может быть в триангуляции правильного многоугольника?

2. Даны 10 чисел a_1, a_2, \dots, a_{10} . Известно, что среди попарных сумм $a_i + a_j$ ($i \neq j$) как минимум 37 целых. Докажите, что все числа $2a_1, 2a_2, \dots, 2a_{10}$ — целые.

3. Положительные действительные числа x, y и z удовлетворяют условию $x + y + z = 8$. Докажите, что

$$\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 + 4} + \sqrt{z^2 + 9} \geq 10.$$

4. Назовем целочисленную точку X *видимой* из начала координат O , если отрезок OX не содержит никаких других целых точек, кроме O и X . Докажите, что для любого натурального числа n найдется квадрат с параллельными осям сторонами и содержащий n^2 целочисленных точек такой, что ни одна из целочисленных точек внутри квадрата не является видимой.

Разнойбой–1. 5 июня

1. Сколько остроугольных треугольников может быть в триангуляции правильного многоугольника?

2. Даны 10 чисел a_1, a_2, \dots, a_{10} . Известно, что среди попарных сумм $a_i + a_j$ ($i \neq j$) как минимум 37 целых. Докажите, что все числа $2a_1, 2a_2, \dots, 2a_{10}$ — целые.

3. Положительные действительные числа x, y и z удовлетворяют условию $x + y + z = 8$. Докажите, что

$$\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 + 4} + \sqrt{z^2 + 9} \geq 10.$$

4. Назовем целочисленную точку X *видимой* из начала координат O , если отрезок OX не содержит никаких других целых точек, кроме O и X . Докажите, что для любого натурального числа n найдется квадрат с параллельными осям сторонами и содержащий n^2 целочисленных точек такой, что ни одна из целочисленных точек внутри квадрата не является видимой.