

**Разнойбой–3. 11 июня**

**1.** Три луча  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$  образуют друг с другом тупые углы. На луче  $OX$  взяты точки  $A_1$  и  $A_2$ , на луче  $OY$  —  $B_1$  и  $B_2$ , на луче  $OZ$  —  $C_1$  и  $C_2$  так, что треугольники  $A_1B_1C_1$  и  $A_2B_2C_2$  равны (так, что вершина  $A_1$  соответствует  $A_2$  и  $B_1$  соответствует  $B_2$ ). Докажите, что  $A_1$  совпадает с  $A_2$  и  $B_1$  совпадает с  $B_2$ .

**2.** Дано натуральное число  $n$ . В выпуклом  $n$ -угольнике проведены все диагонали. Оказалось, что никакие три из них не пересекаются в одной точке. Сколько всего точек пересечения?

**3.** Для положительных чисел  $a, b, c$  докажите, что

$$\sqrt{a^2 + b^2 - ab} + \sqrt{b^2 + c^2 - bc} \geq \sqrt{a^2 + c^2 + ac}.$$

**4.** Дано натуральное число  $n$ . Докажите, что произведение двух чисел, каждое из которых больше  $n^2$  и меньше  $n^2 + n$ , не может делиться на другое число из этого промежутка.

**Разнойбой–3. 11 июня**

**1.** Три луча  $OX$ ,  $OY$  и  $OZ$  образуют друг с другом тупые углы. На луче  $OX$  взяты точки  $A_1$  и  $A_2$ , на луче  $OY$  —  $B_1$  и  $B_2$ , на луче  $OZ$  —  $C_1$  и  $C_2$  так, что треугольники  $A_1B_1C_1$  и  $A_2B_2C_2$  равны (так, что вершина  $A_1$  соответствует  $A_2$  и  $B_1$  соответствует  $B_2$ ). Докажите, что  $A_1$  совпадает с  $A_2$  и  $B_1$  совпадает с  $B_2$ .

**2.** Дано натуральное число  $n$ . В выпуклом  $n$ -угольнике проведены все диагонали. Оказалось, что никакие три из них не пересекаются в одной точке. Сколько всего точек пересечения?

**3.** Для положительных чисел  $a, b, c$  докажите, что

$$\sqrt{a^2 + b^2 - ab} + \sqrt{b^2 + c^2 - bc} \geq \sqrt{a^2 + c^2 + ac}.$$

**4.** Дано натуральное число  $n$ . Докажите, что произведение двух чисел, каждое из которых больше  $n^2$  и меньше  $n^2 + n$ , не может делиться на другое число из этого промежутка.