

2. Поймай меня, если сможешь. 21 августа

1. На бесконечном шоссе находятся полицейская машина и вор на угнанном мотоцикле. Полицейские не знают, в каком месте шоссе находится вор. Как им действовать, чтобы наверняка догнать вора?

- a) Полицейская машина едет со скоростью до 100 км/ч, а мотоцикл едет со скоростью до 80 км/ч.
- b) Полицейская машина едет со скоростью до 100 км/ч, а про максимальную скорость мотоцикла известно только то, что она строго меньше 100 км/ч.

2. Город имеет форму равностороннего треугольника. В нём несколько улиц: стороны треугольника, а также его средние линии. Два полицейских гоняются за гангстером по улицам. У них есть помощник на вертолётё — благодаря ему они всегда знают, где находится гангстер. Скорости полицейских и гангстера равны. Смогут ли полицейские поймать гангстера?

3. В центре поля, имеющего форму квадрата, находится преступник, а в вершинах квадрата — четыре полицейских. Преступник может бегать по всему полю, а полицейские — только по сторонам квадрата.

- a) Максимальная скорость каждого полицейского в 1,5 раза больше максимальной скорости преступника. Преступник в схватке побеждает одного полицейского, а вот двух уже нет. Докажите, что полицейские имеют возможность не выпустить преступника из квадрата.
- b) Максимальная скорость каждого полицейского в 1,4 раза больше максимальной скорости преступника. Докажите, что преступник может сбежать с поля, не встретив по пути ни одного полицейского.

4. Город X состоит из 10 бесконечных параллельных проспектов, пересекающих через равные интервалы поперечные улицы. Два полицейских, двигаясь вдоль проспектов и улиц, пытаются обнаружить гангстера, который может прятаться за домами. Если гангстер окажется на одном проспекте или на одной улице с каким-либо полицейским, он будет обнаружен. Скорость гангстера не более чем в 10 раз превышает скорость полицейских, причём полицейским известно, что он в начальный момент времени находился от них на расстоянии не более 100 кварталов. Докажите, что полицейские смогут обнаружить гангстера.

5. Город имеет форму квадрата. В нём 6 улиц: 4 стороны квадрата и 2 его средние линии. Полицейский гоняется по улицам за гангстером. Если в какой-то момент полицейский и гангстер оказываются на одной улице, то гангстер сдаётся полицейскому. Докажите, что полицейский сможет поймать гангстера, если его скорость:

- a) в 3 раза больше скорости гангстера;
- b) в 2,1 раза больше скорости гангстера.

6. Три прямолинейных коридора одинаковой длины L образуют три луча, выходящие под углом 120 градусов друг к другу. По ним бегают гангстер и полицейский. Максимальная скорость полицейского в 2 раза больше максимальной скорости гангстера. Полицейский сможет увидеть гангстера, если он окажется от него на расстоянии, не большем R . Докажите, что полицейский всегда может поймать гангстера, если: a) $R > L/5$; b) $R > L/7$.

7. В центре квадрата находится полицейский, а в одной из его вершин — гангстер. Полицейский может бегать по всему квадрату, а гангстер — только по его сторонам. Известно, что отношение максимальной скорости полицейского и максимальной скорости гангстера равно K . Докажите, что

- a) если $K > 1/3$, то полицейский может бежать так, что в какой-то момент окажется на одной стороне с гангстером.
- b) если $K \leq 1/3$, то гангстер может бегать так, чтобы ни в какой момент времени не оказаться с полицейским на одной стороне.