

**3. Одна треть. 12 августа***Г. Мерзон «1/3, или две невозможные задачи с решениями»*

1. Какую часть площади квадрата составляют закрашенные квадраты? Количество квадратов бесконечно.



2. Из интервала  $(0, 1)$  наугад выбирается два числа  $x$  и  $y$ . Какова вероятность, что  $[\log_2 x] = [\log_2 y]$ ?

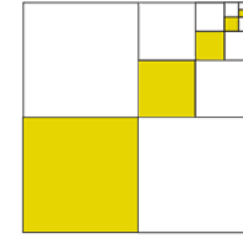
3. Как реализовать вероятность  $1/3$  с помощью правильной монеты (т.е. монеты, у которой орёл и решка выпадают с вероятностью  $1/2$ )?

4. Математики  $A$  и  $B$  заключены в одиночных камерах. Каждый из них должен подкинуть правильную монету 1000 раз, после чего назвать по одному числу,  $a$  и  $b$ . Если каждый угадал номер одного из орлов в последовательности партнёра, то обоих отпустят. Как им действовать, чтобы освободиться с вероятностью больше  $1/4$ ?

5. Пусть  $p \in (0, 1)$ . Имеется монета, которая с вероятностью  $p$  выпадает орлом. Докажите, что с её помощью можно реализовать вероятность  $1/2$ .

**3. Одна треть. 12 августа***Г. Мерзон «1/3, или две невозможные задачи с решениями»*

1. Какую часть площади квадрата составляют закрашенные квадраты? Количество квадратов бесконечно.



2. Из интервала  $(0, 1)$  наугад выбирается два числа  $x$  и  $y$ . Какова вероятность, что  $[\log_2 x] = [\log_2 y]$ ?

3. Как реализовать вероятность  $1/3$  с помощью правильной монеты (т.е. монеты, у которой орёл и решка выпадают с вероятностью  $1/2$ )?

4. Математики  $A$  и  $B$  заключены в одиночных камерах. Каждый из них должен подкинуть правильную монету 1000 раз, после чего назвать по одному числу,  $a$  и  $b$ . Если каждый угадал номер одного из орлов в последовательности партнёра, то обоих отпустят. Как им действовать, чтобы освободиться с вероятностью больше  $1/4$ ?

5. Пусть  $p \in (0, 1)$ . Имеется монета, которая с вероятностью  $p$  выпадает орлом. Докажите, что с её помощью можно реализовать вероятность  $1/2$ .