

3. Конечные плоскости. 9 августа

Определение. Множество (*точки*), и некоторые его подмножества (*прямые*), называется *конечной проективной плоскостью*, если выполнены следующие условия:

- АХ1: через две точки проходит ровно одна прямая;
 АХ2: любые две прямые пересекаются ровно по одной точке;
 АХ3: на каждой прямой не менее трёх точек;
 АХ4: существует не менее двух прямых.

1. а) Докажите, что если на какой-то прямой конечной проективной плоскости $n + 1$ точка, то на любой прямой $n + 1$ точка.
- б) Докажите, что через каждую точку проходит ровно $n + 1$ прямая.
- в) Сколько тогда всего точек на плоскости?

Определение. Множество (*точки*), и некоторые его подмножества (*прямые*), называется *конечной аффинной плоскостью*, если выполнены следующие условия:

- АХ1: через две точки проходит ровно одна прямая;
 АХ2: через любую точку, не лежащую на данной прямой, проходит ровно одна прямая, параллельная данной;
 АХ3: на каждой прямой не менее двух точек;
 АХ4: существует не менее двух прямых.

2. а) Докажите, что если на какой-то прямой конечной аффинной плоскости n точек, то на любой прямой n точек.
- б) Докажите, что через каждую точку проходит $n + 1$ прямая.
- в) Сколько тогда всего точек на плоскости?

Определение. Числа n из предыдущих задач называются *порядками* соответствующих конечных плоскостей.

3. Докажите, что конечная аффинная плоскость порядка n существует тогда и только тогда, когда существует конечная проективная плоскость порядка n .

4. Даны 1985 множеств, каждое из которых состоит из 45 элементов, причём объединение любых двух множеств содержит ровно 89 элементов. Сколько элементов содержит объединение всех этих 1985 множеств?

5. В классе ученики ходят на 10 кружков, каждый кружок посещают четверо, и для любых двух кружков есть только один ученик, который ходит на оба кружка. Сколько может быть учеников в классе?

3. Конечные плоскости. 9 августа

Определение. Множество (*точки*), и некоторые его подмножества (*прямые*), называется *конечной проективной плоскостью*, если выполнены следующие условия:

- АХ1: через две точки проходит ровно одна прямая;
 АХ2: любые две прямые пересекаются ровно по одной точке;
 АХ3: на каждой прямой не менее трёх точек;
 АХ4: существует не менее двух прямых.

1. а) Докажите, что если на какой-то прямой конечной проективной плоскости $n + 1$ точка, то на любой прямой $n + 1$ точка.
- б) Докажите, что через каждую точку проходит ровно $n + 1$ прямая.
- в) Сколько тогда всего точек на плоскости?

Определение. Множество (*точки*), и некоторые его подмножества (*прямые*), называется *конечной аффинной плоскостью*, если выполнены следующие условия:

- АХ1: через две точки проходит ровно одна прямая;
 АХ2: через любую точку, не лежащую на данной прямой, проходит ровно одна прямая, параллельная данной;
 АХ3: на каждой прямой не менее двух точек;
 АХ4: существует не менее двух прямых.

2. а) Докажите, что если на какой-то прямой конечной аффинной плоскости n точек, то на любой прямой n точек.
- б) Докажите, что через каждую точку проходит $n + 1$ прямая.
- в) Сколько тогда всего точек на плоскости?

Определение. Числа n из предыдущих задач называются *порядками* соответствующих конечных плоскостей.

3. Докажите, что конечная аффинная плоскость порядка n существует тогда и только тогда, когда существует конечная проективная плоскость порядка n .

4. Даны 1985 множеств, каждое из которых состоит из 45 элементов, причём объединение любых двух множеств содержит ровно 89 элементов. Сколько элементов содержит объединение всех этих 1985 множеств?

5. В классе ученики ходят на 10 кружков, каждый кружок посещают четверо, и для любых двух кружков есть только один ученик, который ходит на оба кружка. Сколько может быть учеников в классе?