

9. Многоугольник и его диагонали¹. 24 августа

1. Диагонали 2021-угольника не пересекаются. Докажите, что найдутся хотя бы две вершины этого 2021-угольника, из которых не проведено диагоналей.

2. Какое наибольшее количество непересекающихся диагоналей может иметь выпуклый 2021-угольник?

3. Выпуклый 2021-угольник непересекающимися диагоналями разрезан на равнобедренные треугольники. Докажите, что в нём есть хотя бы равные стороны.

4. Докажите, что нельзя выбрать 2022 диагонали в выпуклом 2021-угольнике так, чтобы любые две из них имели общую точку (включая вершины).

5. В выпуклом 2021-угольнике проведено несколько диагоналей. Проведённая диагональ называется хорошей, если она пересекается (по внутренним точкам) ровно с одной из других проведённых диагоналей. Какое может быть наибольшее возможное количество хороших диагоналей? А в 2022-угольнике?

6. На доске нарисован 2021-угольник, в котором последовательно проводятся диагонали так, чтобы каждая вновь проведённая диагональ пересекала по внутренним точкам не более одной из проведённых ранее диагоналей. Какое наибольшее количество таких диагоналей может быть проведено?

7. Диагональ 2021-угольника назовём главной, если по одну сторону от неё лежит 1010, а по другую – 1009 вершин. Выбраны несколько главных диагоналей, не имеющих общих концов. Докажите, что сумма длин выбранных диагоналей меньше суммы длин остальных главных диагоналей.

¹задачи собрал А.А. Марданов

9. Многоугольник и его диагонали¹. 24 августа

1. Диагонали 2021-угольника не пересекаются. Докажите, что найдутся хотя бы две вершины этого 2021-угольника, из которых не проведено диагоналей.

2. Какое наибольшее количество непересекающихся диагоналей может иметь выпуклый 2021-угольник?

3. Выпуклый 2021-угольник непересекающимися диагоналями разрезан на равнобедренные треугольники. Докажите, что в нём есть хотя бы равные стороны.

4. Докажите, что нельзя выбрать 2022 диагонали в выпуклом 2021-угольнике так, чтобы любые две из них имели общую точку (включая вершины).

5. В выпуклом 2021-угольнике проведено несколько диагоналей. Проведённая диагональ называется хорошей, если она пересекается (по внутренним точкам) ровно с одной из других проведённых диагоналей. Какое может быть наибольшее возможное количество хороших диагоналей? А в 2022-угольнике?

6. На доске нарисован 2021-угольник, в котором последовательно проводятся диагонали так, чтобы каждая вновь проведённая диагональ пересекала по внутренним точкам не более одной из проведённых ранее диагоналей. Какое наибольшее количество таких диагоналей может быть проведено?

7. Диагональ 2021-угольника назовём главной, если по одну сторону от неё лежит 1010, а по другую – 1009 вершин. Выбраны несколько главных диагоналей, не имеющих общих концов. Докажите, что сумма длин выбранных диагоналей меньше суммы длин остальных главных диагоналей.

¹задачи собрал А.А. Марданов