

Задача 7.1. На столе лежат в ряд пять монет: средняя — орлом вверх, а остальные — решкой вверх. За одну операцию разрешается одновременно перевернуть ровно три монеты, лежащие рядом. Можно ли, выполнив такую операцию несколько раз, добиться того, чтобы все пять монет лежали орлом вверх?

Задача 7.2. Составьте из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 магический квадрат, то есть разместите их в таблице 3×3 так, чтобы суммы чисел по строкам, столбцам и двум диагоналям были одинаковы.

Задача 7.3. На каждой из 15 планет, расстояния между которыми попарно различны, находится по астроному, который наблюдает ближайшую к нему планету. Докажите, что некоторую планету никто не наблюдает.

Задача 7.4. Отметьте несколько точек и несколько прямых так, чтобы на каждой прямой лежало ровно три отмеченные точки и через каждую точку проходило ровно три отмеченные прямые.

Задача 7.5. В Стране Чудес проводилось следствие по делу об украденном бульоне. На суде Мартовский Заяц заявил, что бульон украл Болванщик. Соня и Болванщик тоже дали показания, но что они сказали, никто не запомнил, а запись смыло алисиними слезами. В ходе судебного заседания выяснилось, что бульон украл лишь один из подсудимых и что только он дал правдивые показания. Так кто украл бульон?

Задача 7.6. Докажите неравенство: $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$

Задача 7.7. Рассмотрим два определения сложной контрольной:

- I. В каждом варианте каждую задачу решил хотя бы один ученик.
- II. В каждом варианте хотя бы один ученик решил все задачи.

Может ли контрольная быть легкой в смысле определения I и трудной в смысле определения II?

Поскольку с первыми испытаниями справились все узники, то король испугался, что у него будет слишком много советников, а принцессы — закончатся. И он решил усложнить испытания. Теперь про таблички известно, что если в левой комнате сидит принцесса, то табличка на двери истинна, а если тигр, то ложна; с табличкой на двери правой комнаты все наоборот: на ней истинное утверждение, если в комнате сидит тигр, и ложное, если там принцесса.

Задача 7.8.

I
<i>В обеих комнатах находятся принцессы.</i>

II
<i>В обеих комнатах находятся принцессы.</i>

Задача 7.9.

I
<i>По крайней мере в одной из этих комнат находится принцесса.</i>

II
<i>Принцесса — в другой комнате.</i>

Задача 7.10.

I
<i>Что ни выберешь — все одно.</i>

II
<i>Принцесса — в другой комнате.</i>