

Задача 12.1. На затонувшей каравелле XIV века были найдены шесть мешков с золотыми монетами. В первых четырех мешках оказалось по 60, 30, 20 и 15 золотых монет. Когда подсчитали монеты в оставшихся двух, кто-то заметил, что число монет в мешках составляет некую последовательность. Приняв это к сведению, смогли бы вы сказать, сколько монет в пятом и шестом мешках?

Задача 12.2. Докажите, что если **a)** $n \in \mathbb{N}$, то $2^n \geq 2n$, **б)** $n \in \mathbb{N}$ и $n \geq 4$, то $n! \geq 2n$.

Задача 12.3. Расставьте по кругу четыре единицы, три двойки и три тройки так, чтобы сумма любых трех подряд стоящих чисел не делилась на 3.

Задача 12.4. Докажите, что **a)** все числа 10017, 100117, 1001117, ... делятся на 53; **б)** если в числе 12008 между нулями вставить любое количество троек, то получится число, делящееся на 19.

Задача 12.5. В клетках шахматной доски записаны в произвольном порядке натуральные числа от 1 до 64 (в каждой клетке записано ровно одно число и каждое число записано ровно один раз). Может ли в ходе шахматной партии сложиться ситуация, когда сумма чисел, записанных в клетках, занятых фигурами, ровно вдвое меньше суммы чисел, записанных в клетках, свободных от фигур?

Задача 12.6. Квадрат со стороной 1 разрезан на прямоугольники. В каждом прямоугольнике выбрали одну из двух меньших сторон (если прямоугольник — квадрат, то выбрали любую из четырех сторон). Докажите, что сумма всех выбранных сторон не меньше 1.

Задача 12.7. Из всякого ли выпуклого четырехугольника можно вырезать параллелограмм, три вершины которого совпадают с тремя вершинами этого четырехугольника?

Задача 12.8. Докажите, что предпоследняя цифра степени тройки всегда четна.

Задача 12.9. В языке Древнего Племени алфавит состоит всего из двух букв: "М" и "О". Два слова являются синонимами, если одно из другого можно получить при помощи исключения или добавления буквосочетаний "МО" и "ООММ", повторяемых в любом порядке и любом количестве. Являются ли синонимами в языке Древнего Племени слова "ОММ" и "МОО"?