

Задача 20.1. Делимое в шесть раз больше делителя, а делитель в шесть раз больше частного. Чему равны делимое, делитель и частное?

Задача 20.2. Проездной билет с шестизначным номером называется *счастливым*, если сумма первых трех цифр его номера равна сумме последних трех цифр. Докажите, что сумма номеров всех счастливых билетов делится на 13.

Задача 20.3. Поверхность кубика Рубика $3 \times 3 \times 3$ состоит из 54 клеток. Какое наибольшее количество клеток можно отметить так, чтобы отмеченные клетки не имели общих вершин?

Задача 20.4. Доска 100 на 100 разбита на 10000 единичных квадратиков. Один из них вырезали, так что образовалась дырка. Можно ли оставшуюся часть доски покрыть равнобедренными прямоугольными треугольниками с гипотенузой длины 2 так, чтобы их гипотенузы шли по сторонам квадратиков, а катеты — по диагоналям и чтобы треугольники не налегали друг на друга и не свисали с доски?

Задача 20.5. Найдите сумму: $1 + 3 + \dots + 3^n$, $n \in \mathbb{N}$.

Задача 20.6. Расставьте по кругу 6 различных чисел так, чтобы каждое из них равнялось произведению двух соседних.

Задача 20.7. Можно ли из 13 кирпичей $1 \times 1 \times 2$ сложить куб $3 \times 3 \times 3$ с дыркой $1 \times 1 \times 1$ в центре?

Задача 20.8. Докажите тождество: $1^2 + 3^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{1}{3}n(2n - 1)(2n + 1)$.

Задача 20.9. С многоугольником разрешено проделывать следующую операцию. Если многоугольник делится отрезком AB на два многоугольника, то один из этих многоугольников можно отразить симметрично относительно серединного перпендикуляра к отрезку AB . (Операция разрешается только в том случае, когда в результате получается несамопересекающийся многоугольник.) Можно ли путем нескольких таким операций получить из квадрата правильный треугольник?