

ЧЕТНОСТЬ. ЧАСТЬ 1: ЧЕТНОСТЬ И НЕЧЕТНОСТЬ

4.00а. Устная. Какое число называется *четным*? *Нечетным*? Как записать четное число в общем случае? Как записать нечетное число?

4.00б. Устная. Какова четность суммы двух нечетных слагаемых? Трех нечетных слагаемых? Сделайте вывод в общем случае: какова четность суммы любого количества слагаемых? Какова разность двух нечетных слагаемых? Какова четность произведения нескольких нечетных чисел? Какова четность произведения нескольких чисел, среди которых есть хотя бы одно четное число?

4.01. а) Докажите, что если произведение 57 чисел есть число нечетное, то сумма этих чисел также нечетное число.

б) Докажите, что если сумма 2010 чисел есть число нечетное, то произведение этих чисел четно.

4.02. Знаете ли вы, что такое делимое, делитель, частное и остаток? Если знаете, ответьте на вопрос: могут ли делимое, делитель, частное и остаток все одновременно быть нечетными числами?

4.03. а) Даны два целых числа a и b . Докажите, что число $ab(a + b)$ четное.

б) Даны три числа a , b , c . Будет ли выражение $abc(a + b)(b + c)(c + a)$ четным?

4.04. а) Можно ли разменять 25 рублей при помощи десяти купюр достоинством 1, 3 и 5 рублей?

б) Какую сумму денег, не превышающую 50 рублей, мы можем разменять с помощью четного числа купюр достоинством 1, 3 и 5 рублей? (Допускаем, что купюра различного достоинства достаточно много.)

в) Можно ли любое число рублей, начиная с 10 и кончая 50 разменять десятью купюрами достоинством 1, 3 и 5 рублей?

4.05. Петя купил общую тетрадь объемом 96 листов и пронумеровал все ее страницы по порядку числами от 1 до 192. Вася вырвал из этой тетради 25 листов и сложил все 50 чисел, которые на них написаны. Могло у него получиться 2010?

4.06. Можно ли составить магический квадрат 6×6 из первых 36 простых чисел? (Число называется *простым*, если оно делится только на себя и на единицу. Квадрат 6×6 из 36 чисел называется *магическим*, если суммы чисел по всем строкам, столбцам и двум диагоналям одинаковы.)

4.07. На полу площадью 12 м^2 лежат три ковра: площадь одного 5 м^2 , другого — 4 м^2 и третьего — 3 м^2 . Каждые два ковра перекрываются на площади $1,5\text{ м}^2$, причем $0,5\text{ м}^2$ из этих полутора квадратных метров приходится на участок пола, где перекрываются все три ковра.

а) Какова площадь пола, не покрытая коврами?

б) Какова площадь пола, покрытая одним только первым ковром?

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

4.08. К 17-значному числу прибавили число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Докажите, что хотя бы одна цифра полученной суммы четна.

4.09. Саша, Маша и Наташа собирали грибы. Саша собрал в три раза больше грибов, чем Маша, и в пять раз больше, чем Наташа. Сколько грибов собрали все ребята вместе, если в их общей корзине оказалось меньше 40 грибов?

4.10. Учащиеся школы построены прямоугольным квадратом. После этого в каждой колонне выбрали самого высокого школьника, и из них выбрали самого низкого — им оказался Петя Иванов. Затем в каждой строке выбрали самого низкого школьника, и из них выбрали самого высокого — им оказался Ваня Петров. Кто выше — Ваня или Петя?