

ЧЕТНОСТЬ. ЧАСТЬ 2: ЧЕРЕДОВАНИЕ, РАЗБИЕНИЕ НА ПАРЫ

5.00а. *Устная.* Катя и ее друзья встали по кругу. Оказалось, что оба соседа каждого ребенка — одного пола. Мальчиков среди Катиных друзей — пять. А сколько девочек в кругу?

5.00б. *Устная.* Может ли вращаться система из 57 шестеренок, если первая соединена со второй, вторая с третьей и т.д., 57-я с первой?

5.00в. *Устная.* По кругу стоит 20 корзин. Можно ли разложить в них 99 арбузов так чтобы количества арбузов в любых двух соседних корзинах отличались бы ровно на 1?

5.00г. *Устная.* Можно ли доску размером 57×57 замостить косточками домино размером 1×2 каждой?

5.01. Все костяшки домино выложили в цепь в соответствии с правилами игры. На одном конце оказалось 5 очков. Сколько очков на другом конце?

5.02. Может ли шахматная фигура «Конь» пройти с поля $a1$ на поле $h8$, побывав по дороге на каждом поле ровно один раз?

5.03. а) У шахматной доски размером 8×8 вырезали левую верхнюю и правую нижнюю угловые клетки. Можно ли замостить оставшуюся часть доски косточками домино размером 1×2 ?

б) Та же задача, но вырезают верхние левую и правую угловые клетки.

5.04. В каждой клетке квадратной таблицы 57×57 записано одно из чисел $1, 2, 3, \dots, 57$. При этом: 1) в клетках, симметричных относительно главной диагонали, записаны равные числа и 2) ни в какой строке и ни в каком столбце нет двух равных чисел. Докажите, что числа на главной диагонали попарно различны.

5.05. У марсиан бывает произвольное число рук. Однажды все марсиане взялись за руки так, что все руки оказались занятymi. Докажите, что число марсиан, у которых нечетное число рук, четно.

5.06. Три спортсмена — X, Y, Z — участвовали в забеге. Известно, что Z задержался на старте и выбежал последним, а Y — вторым. Во время бега Z шесть раз менялся с другими участниками, а X — пять раз. Еще известно, что Y финишировал раньше X . В каком порядке финишировали спортсмены.

5.07. а) Может ли замкнутая ломаная с 57 звенями обладать следующим свойством: «каждое звено ломаной пересекается ровно с одним из остальных звеньев»?

б) Нарисуйте 6-звенную ломаную с таким свойством.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

5.08. На доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, 2010, 2011$. Разрешается стереть с доски любые два числа и вместо них записать их разность. В конце концов на доске останется одно число. Может ли оно равняться нулю?

5.09. Путешественник отправляется из своего родного города A в самый удаленный от него город страны — город B ; затем из города B — в самый удаленный от него город C и так далее. Докажите, что если города A и C не совпадают, то путешественник никогда не вернется в город A .

5.10. Я отпил $\frac{1}{6}$ чашечки черного кофе и долил молоком. Затем я выпил $\frac{1}{3}$ чашечки и снова долил ее молоком. Потом я выпил полчашечки и снова долил ее молоком. Наконец я выпил полную чашечку. Чего я выпил больше — черного кофе или молока?