

ИГРЫ

17.01. «Ставь на минус!». Возьмем полоску клетчатой бумаги и занумеруем клетки числами 0, 1, 2, 3, ... Двое играющих по очереди передвигают фишку влево на некоторое число клеток. Проигрывает тот, кому некуда ходить. Начальные положения, при которых начинающий выигрывает, будем называть *выигрышными* и такие клетки отмечать знаком «+». Остальные клетки будем называть *проигрышными* для начинающего и соответственно отмечать знаком «-». Расставьте + и - в каждой из трех игр, когда передвигать фишку можно лишь: а) на 2 или 5 клеток; б) на 1, 2 или 4 клетки; в) на 2, 4 или 7 клеток.

17.02. Назовем натуральное число “симпатичным”, если в его записи встречаются только нечетные цифры. Сколько существует 4-значных “симпатичных” чисел?

17.03. а) Имеется две кучки спичек: в одной 10, в другой — 7. За один ход можно взять любое количество спичек, но из одной кучки (по выбору игрока). Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход (спичек не осталось). а) Кто выиграет при правильной игре? б) Что будет в этой игре в общем случае, если изначально в одной кучке m спичек, а в другой n ?

17.04. Имеется три кучки камней: в первой — 10, во второй — 15, в третьей — 20. За ход разрешается разбить любую кучку на две меньшие; проигрывает тот, кто не сможет сделать ход.

17.05. Числа от 1 до 20 выписаны в строчку. Игроки по очереди расставляют между ними плюсы и минусы. После того, как все места заполнены (т.е. поставлено 19 знаков), подсчитывается результат. Если он чётен, то выигрывает первый, если нечётен, то второй.

17.06. На доске написаны 10 единиц и 10 двоек. За ход разрешается стереть две любые цифры и, если они были одинаковы, написать двойку, а если разными — единицу. Если оставшаяся на доске цифра — единица, то выиграл первый игрок, если двойка — то второй. Кто выиграет при правильной игре?

17.07. Домашнее задание. При помощи ножниц вырежьте в тетрадном листе дырку, через которую вы сами сможете пролезть!

Кружок МЦНМО 6 КЛАСС ЗАНЯТИЕ 17 (ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ) 19 февраля 2011 г

17.08. Семья ночью подошла к мосту. Папа может перейти его за 1 минуту, мама — за 2, малыш — за 5, а бабушка — за 10 минут. У них есть один фонарик. Мост выдерживает только двоих. Как им перейти мост за 17 минут. (Если переходят двое, то они идут с меньшей из их скоростей. Двигаться по мосту без фонарика нельзя. Кидаться фонариком нельзя.)

17.09. 25 мальчиков и 25 девочек сидят за круглым столом. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом оба соседа — мальчики.

17.10. Вычислите: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90} + \frac{1}{110}$.